

基于多重分形理论的电力交易价格分时段特征分析

王 访¹, 尚金成²

(1. 湖南农业大学 理学院, 湖南 长沙 410128; 2. 河南电网电力交易中心, 河南 郑州 450052)

摘要: 利用多重分形理论中的标准多重分形分析、仿多重分形分析、多重分形去趋势波动分析3种方法对PJM 2001年和加州2000年电力市场的峰谷时段进行了研究。通过计算电价的各种分形参数,证实了电价的多重分形特征,并揭示了不同市场不同时段分形特征的差异。研究表明:PJM市场高峰时段的分形谱比低谷时段的更宽,加州市场则刚好相反;2个市场都表现出较强的长程相关性,不过与PJM市场不同的是,加州市场的低谷时段比高峰时段表现出更强的反持久性,但滤去局部趋势后,加州市场并没有经历非持久性阶段。这些差异真实地反映了它们不同的电价特点。

关键词: 电力系统; 市场; 价格; 分时段; 多重分形分析; 仿多重分形分析; 多重分形去趋势波动分析

中图分类号: TM 73; F 123.9

文献标识码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.01.012

0 引言

作为评估市场竞争效率的核心指标,电价越来越成为电力市场中一个最重要的信号,它是一切市场决断的基础。因此,市场管理者和市场参与者越来越重视对电价分布及其自身规律的研究^[1-8]。

近年来,国内外学者提出了很多电价分布的模型,如均值回复和动态回归模型^[5]、仿射跳模型^[6]以及基于神经网络的电价模型^[7]等。但是电价演变过程是一个十分复杂且非线性、非平稳的过程,具有典型的动力学特征^[8]。因此有学者针对其这一特点运用分形理论,定量分析了电价时间序列的变化特征^[9-12]。随着研究的深入,电价内在分形特性被不断挖掘,单一分形理论似乎无法解释电价复杂的本质。用于研究金融时间序列的多重分形方法^[13]随之产生,正如Mandelbrot认为多重分形可以复现金融市场剧烈震荡的金融交易,能提供金融资产价格在不同时间标度上的不同波动程度的详细信息,提供关于市场动向的概率估计值,从而为无法预测的金融市场注入某些有序性^[14]。在此之后,多重分形理论被应用于各个非线性的、复杂的领域并取得了很好的效果^[15-19]。

虽然已有文献实证了竞争性电价符合多重分形特征,但对于不同电力市场分时段电价表现出来的分形特征差异性及其成因还没有相关的研究。例如文献[9]利用标准去趋势波动分析(DFA)方法分析了PJM市场的电价,验证了其具有长程相关性,但没有分析不同时段的长程相关性差异,也没有分析权重因子 q 对电价持久性的影响;文献[10]利用多重极差分析(R/S Analysis)提取了加州电力市场Hurst指

数,证实了其具有多重分形特征,但没有得到分时段的Hurst指数并指出其存在差异,并且与文献[9]一样也只对一个市场的电价进行了研究;文献[17]利用单一的标准多重分形分析(MFA)计算了加州电力市场8月和12月的Hölder指数和多重分形谱,指出了它们之间存在差异,但没有分析存在差异的原因,虽然对PJM市场也进行了多重分形实证研究,但并未指出它与加州市场存在的差异。本文旨在揭示不同电力市场不同时段的电价分形特征的差异,并深入分析了造成这些差异的原因。除了标准多重分形分析方法之外,本文首次在电力交易价格分析中,运用了多重分形去趋势波动分析方法(MF-DFA)^[20]和仿多重分形分析方法(AMFA)^[21]。多重分形去趋势波动分析弥补了某些时段电价因非平稳特征而应用标准多重分形提取分形参数的不准确性,仿多重分形分析弥补了应用标准多重分形计算小样本数据分形参数的误差,因此这2种方法更能体现不同时段的多重分形特征及差异。选取美国PJM 2001年和加州2000年电力市场的峰谷各6个时段的实时电价作为研究对象,结果表明不同的电力市场分形特征表现各异,不同时段电价的分形参数也有所不同,与真实情况吻合。因此可以利用这些分形参数的差异来区分不同时段的电价,而且这些差异有助于以后准确地预测电价,为实现不同时段的决策提供了良好的理论基础。

1 多重分形理论概述

多重分形是许多个单一分形在空间上的相互缠绕(intertwined)、镶嵌,是单一分形的推广,单一分形可以看作是多重分形的一种特例。多重分形与单一分形一样,也是自相似的,与尺度无关。标准多重分形分析通常描述的是定义在某一面积(二维)或体

收稿日期:2012-02-11;修回日期:2012-10-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(31073128)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(31073128)

积(三维)中的一种度量。通过这种度量值或数值的奇异性可将所定义的区域分解成一系列空间上镶嵌的子区域,每一个子区域均构成单个分形。这样形成的分形除具有分形维数外,还具有各自度量的奇异性。常用 Lipschitz-Hölder 指数 $\alpha(q)$ 和奇异多重分形谱 $f(\alpha)$ ^[13] 来描述对象的局部和全局奇异特性。

标准多重分形分析常用计盒子数法^[13]提取奇异指数,这种方法简单直观,程序运行速度快,但由于需要将时间标度划分成互不重叠的区间,即盒子数与盒子中的数据量都为整数,这样需要的数据量较大。而在多种场合下,有限样本或小样本数据的计盒子数法往往得到的是不够准确的指标值。针对数据较少的情况,可以应用一种类似于多重分形和多重仿射性(multi-affinity)^[22]的分析方法:仿多重分形分析。这种方法是考虑一个时间序列的累积离差在连续时间跨度上的平均波动与时间跨度的幂律关系,于是它同样也能反映一个时间序列局部和全局的奇异性,并且连续时间跨度,没有漏掉序列中的任何数据,这样所需的数据量较少,因此可以广泛应用于小样本数据建模场合中。

虽然标准多重分形分析和仿多重分形分析能够刻画正规、平稳测度序列的分形性质,但缺点是并不能准确描述非平稳时间序列。由于实际情况受复杂因素的影响以及各应用领域自身的特点,对象序列的数据大多是非平稳且很有限的,并经常伴有强烈的噪音。为此,一种根据 DNA 机理提出的去趋势波动分析^[23]的分形方法——多重分形去趋势波动分析应运而生。这种方法首先将序列中的某种趋势(一般考虑用多项式拟合局部趋势)去除后再建立与不同尺度的幂律关系。这种方法可以分析非平稳时间序列的分形特征,可用于计算时间序列的标度指数,目前它已被应用于很多领域^[20,24-25]。

2 电力交易价格分时段特征的多重分形分析

在竞争性电力市场中,电力成为一种商品,其价格受地域、环境、经济等诸多因素的影响,但这种商品与石油、天然气等其他能源商品不同,受物理规律的约束,电力不能大规模储存,供需必须实时平衡,同时电力市场在地理上是分割的,输电受到线路容量的制约。电力交易价格表现出价格尖峰、价格跳跃、周期回复等特征,并且在不同时段、不同市场的电价表现出的特征是不同的。

本文利用第 1 节所述多重分形理论中的 3 种方法来刻画不同时段不同市场的电价特征,并寻求造成这些特征差异的原因。

2.1 标准多重分形分析

有很多方法用来估计分维值及其他分形参数,

它们分别利用了分形的不同性质^[26],常用的有计盒子数法(box-counting method)、基于分数布朗运动增量的均值法(average method based on increment of FBM)、功率谱法(power spectrum method)、质量分布法(mass distribution method)、面积法(也称为毯子覆盖法,blanket covering method)、基于离散时间序列的有限长度法(VAR)等^[26]。本文利用计盒子数法提取分形参数。

取一年中低谷电价时段和高峰电价时段作为研究对象(每个时段各 360 个数据)。假设所考虑的整个电价时间长度为标准化 1,用尺度为 ε ($\varepsilon \leq 1$) 的“盒子”对整个电价时间序列进行覆盖,按照单位时间标度 ε 将其划分成互不重叠的区间,即 ε 可以取 $1/360$ 、 $1/180$ 、 $1/120$ 、 $\dots$ 、 $1/2$ 和 1。将 360 个数据用 m 个盒子覆盖,每个盒子中有 n 个数据,则第 i 个盒子中的概率测度 $p_i(\varepsilon)$ 可以定义为:

$$p_i(\varepsilon) = \frac{E_i}{\sum E_i} \quad i=1,2,\dots,m \quad (1)$$

其中, E_i 为时间标度为 ε 时第 i 个区间所有 n 个电价之和。

利用多重分形的配分函数 $\psi_q(\varepsilon)$ 来计算质量指数, $\psi_q(\varepsilon)$ 为概率测度 $p_i(\varepsilon)$ 的 q 阶矩, q 为权重因子:

$$\psi_q(\varepsilon) = \sum_{i=1}^m p_i^q \varepsilon^{\tau(q)} \quad (2)$$

于是,质量指数 $\tau(q)$ 可以由配分函数 $\psi_q(\varepsilon)$ 来决定:可以通过把 $\ln \psi_q(\varepsilon)$ 对 $\ln \varepsilon$ 在无标度区间进行线性回归得到 $\tau(q)$ 。

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \psi_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \quad (3)$$

可以证明 $\frac{d^2 \tau(q)}{dq^2} > 0$, 说明 $\tau(q)$ 是关于 q 的严格凸函数^[13]。常用的用来反映多重分形特征的参数是 Lipschitz-Hölder 指数 $\alpha(q)$ 和奇异多重分形谱 $f(\alpha)$ 。由 Legendre 变换^[13], $f(\alpha)$ 定义为:

$$f(\alpha) = \inf_{-\infty < q < +\infty} \{ \alpha q - \tau(q) \} \quad \alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] \quad (4)$$

由于 $\tau(q)$ 是严格凸的,对给定的 α , 式(4)的下确界在唯一的 q 处达到,因此,对 $\alpha q - \tau(q)$ 求导并使其值为 0, 即有:

$$\alpha(q) = \tau'(q) \quad (5)$$

将式(3)代入式(5), 即得:

$$\alpha(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{p_i \neq 0} p_i^q \ln p_i(\varepsilon)}{\psi_q(\varepsilon) \ln \varepsilon} \quad (6)$$

利用 $\sum_{p_i \neq 0} p_i^q \ln p_i(\varepsilon) \psi_q(\varepsilon)$ 对 $\ln \varepsilon$ 在无标度区间进行最小二乘线性拟合得到 $\alpha(q)$ 。再由式(4)可以得到多重分形谱 $f(\alpha)$ 。Hölder 指数 $\alpha(q)$ 反映电价时序的局部奇异性,所谓奇异就是在一个非常小的时间

或者位置上变量值的剧烈变化,主要表现为某些时段的价格尖峰和价格低谷。 $\alpha(q)$ 越小说明其奇异性越强。而奇异重分形谱 $f(\alpha)$ 则提供了电价时间序列的全局奇异的估计。

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}, \quad \Delta f = f(\alpha_{\max}) - f(\alpha_{\min}) \quad (7)$$

其中, $\alpha_{\max}$ 和 $\alpha_{\min}$ 分别代表最大概率测度和最小概率测度盒子的测度值。 $\Delta\alpha$ 越大(即多重分形谱越宽)表明这个时段的价格分布越不均匀,波动幅度越大。 $\Delta\alpha=0$ 则对应完全均匀分布的状况。如果电价的运动规律不变,当价格波动的幅度变小时,谱就有变窄的趋势。显然,有一定宽度的分形谱可以反映出非均匀分形结构的特性。因此,当电价的振幅相对较大时,所对应的谱的跨度应相对较大;当电价波动相对平稳时,谱的跨度应相对较小。这正是由于此时电价的时间序列分形结构的非均匀程度增大,其中包含有更多不同奇异强度的子分形体所致。

Δf 有正有负,当 $\Delta f>0$ 时说明具有最大概率测度的盒子数要多于具有最小概率测度的盒子数,即该时段价格在平均价格上方运行的概率要比在平均价格下方运行的概率大,其值越大说明价格走势越强;反之,当 $\Delta f<0$ 时说明该时段价格处于平均价格之下的天数更多,价格走势较弱。奇异多重分形谱 $f(\alpha)$ 其实就是测度对象的 Hausdorff 维数,它是衡量对象混乱程度的指标。因此 $|\Delta f|$ 越大,表明该时段的电价分布越不均匀,波动行为越混乱。

2.2 仿多重分形分析

针对电价的尖峰奇异特征及分时段电价数据较少的特点,应用仿多重分形分析。用 $x(t)(t=1,2,\dots,N)$ 表示一个电价序列,仿多重分形分析过程包括 3 个步骤。

步骤 1: 计算电价累积离差序列 $y_q(k)$ 。

$$y_q(k) = \sum_{t=1}^k |x(t) - \bar{x}(t)| \quad k=1,2,\dots,N \quad (8)$$

其中, $\bar{x}(t)$ 是该时段所有电价的平均值。

步骤 2: 定义量 $M_q(L)$ 。

$$M_q(L) = (\langle |y(i) - y(i+L)|^q \rangle_i)^{1/q} \quad (9)$$

其中, $\langle \rangle_i$ 表示在 $i(i=1,2,\dots,N-L)$ 跨度上的平均值; L 从 1 变化到 N_1 (线性拟合最好的数)。

步骤 3: 对于每一个 q ,在 $\ln M_q(L) - \ln L$ 上,可以发现如下规律:

$$M_q(L) \propto L^{\gamma(q)} \quad (10)$$

因此,指数 $\gamma(q)$ 可以由 $\ln M_q(L)$ 对 $\ln L$ 进行线性拟合得到。图 1 为 $q \in [1,15]$ 时 $M_q(L)$ 对 L 在双对数图上的拟合。

从图 1 中可以观测到对于不同的 q 值, $\ln M_q(L)$ 与 $\ln L$ 之间都存在线性关系,说明电价累积离差和

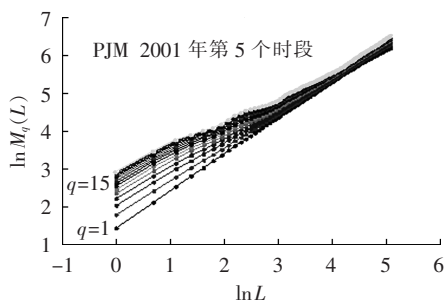


图 1 指数 $\gamma(q)$ 的线性拟合图

Fig.1 Linear slopes of scaling exponent $\gamma(q)$

在不同时间跨度上的平均值与时间跨度具有良好的幂律关系,然而对不同的 q 值,拟合直线的斜率不同($\gamma(1)=0.9211, \gamma(15)=0.7281$)。这表明电价时间序列具有多重分形特性。

值得注意的是:在理论上, $q<0$ 时同样具有类似于图 1 的线性特性,然而 $q<0$ 时,较小的电价波动就能造成 $M_q(L)$ 非常大,任何误差特别是实际程序计算中带来的舍入误差将极大影响 $M_q(L)$ 的值,造成剧烈变化的不稳定 $\ln M_q(L) - \ln L$ 图,以至于计算得到的 $\gamma(q)$ 不准确。本文 q 值的取值范围为 $[1,15]$ 。

$|y(i) - y(i+L)|$ 描述的是时间间隔为 L 时电价累积离差的改变量,即累积收益率。因而对于在整个 i 跨度上的平均累积收益率 $\langle |y(i) - y(i+L)|^q \rangle_i$, q 越大,就越突出大幅度收益率的作用,反之越突出小幅度收益率的作用。因此指数 $\gamma(q)$ 是一个描述电价离差在跨度 i 上的平均累积收益率持久性的指标,它与 q 非线性相关。

2.3 多重分形去趋势波动分析

多重分形去趋势波动分析中的波动函数是去趋势后序列方差的 q 阶矩,比标准 DFA($q=2$)更具有普适性。

多重分析去趋势波动分析过程如下:前 4 步和标准去趋势波动法^[9]一样,现仍以 $x(t)(t=1,2,\dots,N)$ 表示某时段的电价时间序列,且 $x(t)$ 为紧支柱,电价为 0 的时刻只是这个序列中为数不多的点。

a. 定义电价累积离差序列 $y(k)$:

$$y(k) = \sum_{t=1}^k |x(t) - \bar{x}(t)| \quad k=1,2,\dots,N \quad (11)$$

其中, $\bar{x}(t)$ 是这一时段所有电价的平均值。

b. 将 $y(k)$ 等分成 $N_s = [N/s]$ 个不重叠的等时间长度为 s 的区间。由于序列长度并不总是时间长度 s 的整数倍,使得有少部分数据未被利用。因此对 $y(k)$ 的逆序进行同样的操作,这样共有 $2N_s$ 个等长度的区间。

c. 对每个区间 v ,用最小二乘拟合数据得到电价时序的局部趋势 $y_v(i)$ 。滤去该趋势后的电价时间序列记为 $y_s(i)$ 。

$$y_s(i) = y(i) - y_v(i) \quad i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

可以用线性、2 次、3 次或更高阶 m 次多项式来拟合局部趋势,分别记为 $\text{DFA}_1, \text{DFA}_2, \text{DFA}_3, \dots, \text{DFA}_m$ 等。显然 m 阶的 DFA 滤去了累积离差中的 m 阶趋势成分以及原始序列中的 $m-1$ 阶趋势成分^[19]。

d. 计算每个区间滤去趋势后的方差:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [(v-1)s + i] \quad (13)$$

$$v=1, 2, \dots, N_s$$

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [N - (v - N_s)s + i] \quad (14)$$

$$v=N_s+1, N_s+2, \dots, 2N_s$$

e. 在整个区间去平均后得到 q 阶波动函数 $F_q(s)$:

$$F_q(s) = \left[\frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right]^{1/q} \quad (15)$$

一般地,实数 q 可以取除 0 以外的任意值,当 $q=2$ 时就是标准的 DFA。想得到对于不同的 q 值波动函数 $F_q(s)$ 与时间尺度 s 的关系,这只需取不同的尺度 s 重复步骤 b—d 即可。显然, $F_q(s)$ 随着 s 的增大而增大,当然, $F_q(s)$ 也会依赖于 DFA_m 的阶数 m 。一般 $s \geq m+2$ 。

f. 对于每个 q 值,如果电价序列 $x(t)$ 是长程相关的,则与尺度 s 满足幂律关系:

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (16)$$

指数 $h(q)$ 可以通过 $\ln F_q(s)$ 对 $\ln s$ 进行线性拟合得到。图 2 为在不同 q 下 $F_q(s)$ 对 s 在双对数图上的拟合。

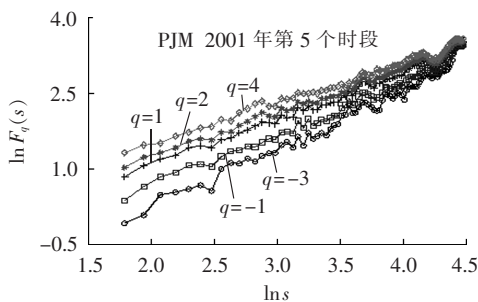


图 2 指数 $h(q)$ 的线性拟合图

Fig.2 Linear slopes of scaling exponent $h(q)$

从图 2 中可以观测到对于不同的 q 值, $\ln F_q(s)$ 与 $\ln s$ 之间都存在线性关系,说明去局部趋势后的电价累积离差波动函数和不同时间标度具有良好的幂律关系。然而对不同的 q 值,拟合直线的斜率不同 ($h(-3)=1.1616, h(4)=0.8537$)。这表明电价时间序列具有多重分形特性。

指数 $h(q)$ 描述的是电价累积离差去趋势后波动的持久性,一般依赖于 q 值。关于 $h(2)$ 的含义可参看文献[19]。波动函数 $F_q(s)$ 可以看成是各个区间方差的加权平均值。当 $q>0$ 时,方差大的区间在

波动函数中占主导地位,因此当 $q>0$ 时指数 $h(q)$ 描述的是大方差区间波动的标度。而当 $q<0$ 时,方差小的区间在波动函数中占主导地位,所以此时指数 $h(q)$ 描述的是小方差区间波动的标度。因此,如果考虑同一波动函数 $F_q(s)$,在对 s 作双对数线性拟合时, $q<0$ 时的斜率 $h(q)$ 要大于 $q>0$ 时斜率 $h(q)$ 。当 $h(q)=0.5$ 时,说明序列具有标度不变性,表明原时间序列为一个独立的随机过程;当 $0<h(q)<0.5$ 时,表明原时间序列不具有持久性;当 $0.5<h(q)<1$ 时,表明时间序列具有长程相关性(一种分形特性),是一个具有持久性的增强时间序列,这种时间序列是平稳的,此时 $h(2)$ 与 Hurst 指数可以近似相等,因而 $h(q)$ 被称为广义 Hurst 指数。该指数偏离 0.5 的程度可以衡量随机因素与确定性因素在电价时间序列中所占的比重。 $h(q)$ 越大,这种长程相关的趋势增强行为越大。当 $h(q)>1$ 时,说明时间序列仍然是持久性的长程相关,而这种持久性的增强时间序列是非平稳的。此时它与 Hurst 指数的关系变为: $H=h(2)-1$ 。

2.4 3 种多重分形方法的比较研究

3 种多重分形分析方法都能反映电价序列的多重分形特征,并能体现不同时段不同市场的差异。标准多重分形分析方法计算得到的 Hölder 指数提供了一个量化电价序列中的局部变化可能包含丰富信息的方法,而多重分形谱则提供了电价序列的全局奇异的估计,它们主要描述的是不同时段电价的奇异值对整个时段的影响,这 2 个指标反映了电价走势的强弱和混乱程度;仿多重分形分析方法计算得到的 $\gamma(q)$ 指数是描述电价波动持久性的指标,该指标直接反映电价具有的长程相关性和波动持久特征。这些持久性表示过去发生的事件对未来的价格是有影响的,存在着“记忆效应”,表示当前时刻所发生的一切都将影响未来的市场行为,并且这种长期记忆不依赖于时间标度的变化。由多重分形去趋势波动分析方法计算得到的 $h(q)$ 指数也是衡量电价波动持久性的指标,与 $\gamma(q)$ 指数不同的是,它体现了滤去电价局部趋势之后的波动持久性,因此更能真实地体现不同时段电价的这种特性,它被称为广义 Hurst 指数,该指数越接近于 1,市场具有自相似、长期相关性和统计自相关性等分形市场的特征就越明显。此外它还可以反映电价序列的平稳和非平稳特征。总而言之,3 种方法是从电价序列的不同角度进行分析来体现电价序列的多重分形特性。

3 算例分析

按照一年每天 24 时段的电价均值与标准差的高低,选取 PJM 2001 年电力市场和加州 2000 年电力市场高峰和低谷各 6 个时间段的 360 天电价数据作为研究对象,此电价高峰、低谷时段与电力负荷的高

峰、低谷时段相吻合。PJM 市场被认为是世界范围内较为典型且走势较平稳的电力市场,而加州 2000 年爆发了美国大规模的电力危机,分析电价特性具有针对性。电价基本参数如表 1 所示。

表 1 电价基本参数
Tab.1 Basic price parameters

参数	PJM 2001 年市场电价参数		加州 2000 年市场电价参数	
	低谷时段	高峰时段	低谷时段	高峰时段
平均值 $\bar{\mu}$	17.5705	38.4657	79.0447	137.6577
平均标准差 $\bar{\sigma}$	6.0354	44.6431	97.4734	161.3286
平均偏度 $\bar{g}_1$	1.2355	8.9759	4.2832	3.2103
平均峰度 $\bar{g}_2$	3.8626	95.3031	27.9358	15.9921
平均变异系数 $\bar{r}$	0.3421	1.1643	1.2411	1.1716
平均最大值 $\bar{\Delta p}$	45.1900	577.3900	952.6500	1352.5100

3.1 峰谷时段多重分形特征分析

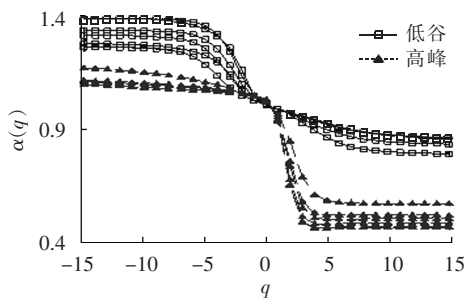
利用标准多重分形分析方法,由式(4)—(7)计算得到峰谷时段的 Hölder 指数 $\alpha(q)$ 和奇异多重分形谱,如表 2 和图 3、图 4 所示。

从表 2 及图 3、4 可以得到以下结论。

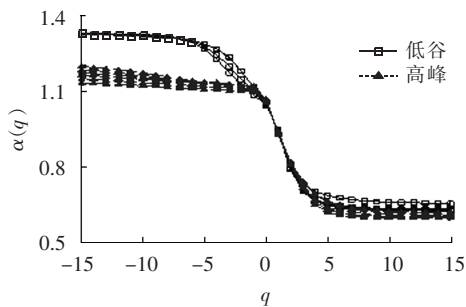
a. 奇异多重分形谱 $f(\alpha)$ 和 Hölder 指数 $\alpha(q)$ 是 q 取不同值时由实时电价随时间的变化计算得到的

表 2 峰谷时段的多重分形参数
Tab.2 Multifractal parameters of low and peak periods

市场	时段	$\bar{\alpha}_{\max}$	$\bar{\alpha}_{\min}$	$\bar{\Delta\alpha}$	$\bar{\Delta f}$
PJM 2001	低谷	1.3315	0.8444	0.4871	0.2436
	高峰	1.1122	0.5013	0.6211	-0.5716
加州 2000	低谷	1.2836	0.6391	0.6889	0.0263
	高峰	1.1564	0.6059	0.5445	-0.6746



(a) PJM 2001 年电力市场



(b) 加州 2000 年电力市场

图 3 峰谷时段 $\alpha(q)$ 随 q 值的变化

Fig.3 Curves of $\alpha(q)$ vs. q for low and peak periods

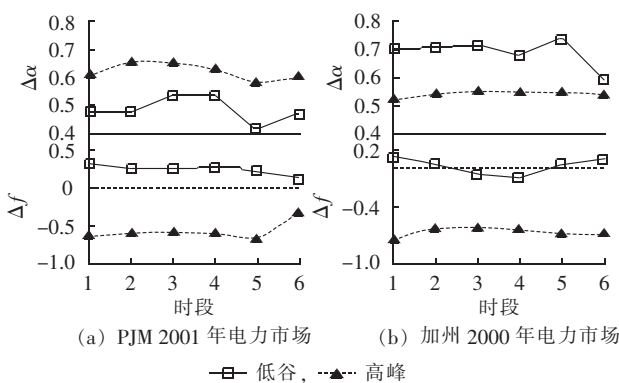


图 4 峰谷时段的 $\Delta\alpha$ 和 Δf 对照图

Fig.4 Comparison between $\Delta\alpha$ and Δf for low and peak periods

($q \in [-15, 15]$),它体现了不同时段电价奇异现象的特征。因此,它包含反映市场活动趋势的信息。Hölder 指数是用来衡量局部奇异性的指标,从图 3 可以看出 2 个电力市场的高峰时段的 Hölder 指数 $\alpha(q)$ 都明显要小于低谷时段的 $\alpha(q)$,这表明高峰时段的奇异性更大。事实上,从表 1 中可以看到两时段的平均最大值有如此关系: $\Delta p_{\text{peak}} > \Delta p_{\text{low}}$ 。这在 $q \ll 1$ 时表现得尤为明显,这是因为当 $q \ll 1$ 时,配分和表现出来的主要是概率测度小子集的性质。高峰时段的小概率子集是价格尖峰的天数,这些天数的价格波动十分剧烈,因而表现出较强的奇异性。但对于加州 2000 年的电价数据,当 $q \gg 1$ 时,低谷时段和高峰时段的 Hölder 指数 $\alpha(q)$ 十分接近,这是因为当 $q \gg 1$ 时配分和表现出来的主要是概率测度大子集的性质。低谷时段的大概率子集是电价运行在价格均值上方的天数,虽然该时段本身价格标准差不大,但电价的偏度较大($\bar{g}_1 = 4.2832$),且接近于高峰时段的偏度($\bar{g}_1 = 3.2103$),导致在价格均值上方运行的大多数电价所起作用被放大,因而这些时段的奇异性增强。这正是因为加州 2000 年电力危机所致。如果是电力供求平衡的年份,高峰时段的两侧极端电价数据较多,其峰度巨大,因此波动更为显著,其奇异性更加明显,如 PJM 2001 年 $\alpha(q)$ 指数的最小值为 0.4651。

b. 随着 q 值的增大($q \gg 1$),两时段的 Hölder 指数趋于平稳。因为此时起主导作用的是概率测度大子集,它们的作用趋于一致,其余那些小概率测度的电价天数被忽略。

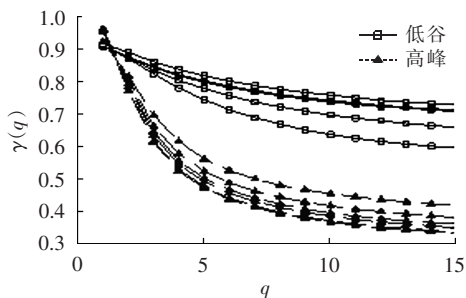
c. 从图 4 可以看出:对于 PJM 2001 年电力市场,高峰时段的重分形谱跨度 $\Delta\alpha$ 度明显要大于低谷时段,表明 PJM 2001 年的尖峰价格波动剧烈;而对于加州 2000 年电力市场情况刚好相反,低谷时段的重分形谱跨度 $\Delta\alpha$ 度明显要大于高峰时段,表明这一年的低谷价格走势不平稳,说明全年电价高位运行,价格尖峰或高峰为全年电价常态,这也印证了加州 2000

年的电力危机。

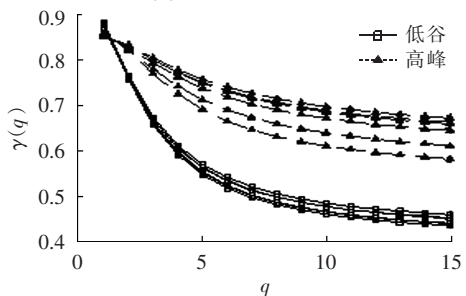
d. PJM 2001 年电力市场高峰和低谷时段的 Δf 符号相异(图 4 中横虚线表示 $\Delta f=0$)。低谷时段的 $\Delta f>0$ 表明这些时段的实时电价走势在平均价格上方运行的天数大于在平均价格下方运行的天数,电价处于最高价位的机会比处于最低价位的机会大,说明虽然这些时段为电价低谷时段,但电价有向上运行的“意愿”;与此相反,高峰时段的 $\Delta f<0$ 表明实时电价走势在平均价格上方运行的天数小于在平均价格下方运行的天数,电价处于最高价位的机会比处于最低价位的机会小,说明虽然这个时段为电价高峰时段,但电价有向下运行的“意愿”。这一解释对于加州 2000 年高峰时段也符合;而该年低谷时段的 Δf 在横虚线上下波动,说明这些时段的规律性不强,表现出很大的随机性,这是因为这些时段具有更大的平均峰度($\bar{g}_2=27.9358$)和变异系数($\bar{r}=1.2411$),两侧极端数据较多,导致极端低电价有向上运行的意愿,而极端高电价有向下运行的意愿。因此表现出 Δf 符号的无规则性。

3.2 峰谷时段仿多重分形特征分析

仿多重分形方法对上述峰谷时段利用仿多重分形分析,由式(8)—(10)得到它们的指数 $\gamma(q)$ 随 q 值的变化如图 5 所示。



(a) PJM 2001 年电力市场



(b) 加州 2000 年电力市场

图 5 峰谷时段的指数 $\gamma(q)$ 随 q 值的变化

Fig.5 Curves of exponent $\gamma(q)$ vs. q for low and peak periods

从图 5 中可以得出以下几点结论。

a. 指数 $\gamma(q)$ 随 q 值的增大而减少,说明越是大幅的电价波动存在着越强的反持久性,越是小幅的价格波动存在着越强的持久性。换言之,电价出现持

续上涨后极有可能持续下跌,反之亦然;另外还会出现持续的相对较小幅度的上涨和持续的相对较小幅度的下跌。

b. 大幅价格波动的反持久性其实质与行为金融理论中的过度反应(Overreact)^[12]现象相一致。过度反应是指某一事件引起股票价格剧烈变动,超过预期的理论水平,然后再以反向修正的形式回归到其应有的价位上来的现象。PJM 2001 年和加州 2000 年电力市场都存在着大幅的价格波动的反持久性,但前者的这种反持久性表现在高峰时段,而后者则表现在低谷时段。另外由于同等幅度(q 值相同时)的大幅波动,PJM 2001 年电力市场反持久性更强,说明前者的高峰时段可以更为准确地预测。

c. 电力供给平衡的年份(PJM 2001 年电力市场)低谷时段的持久性明显比高峰时段的大;而电力供给不平衡的年份(加州 2000 年电力市场)正好相反。说明电力供给平衡时,低位电价走势相对平稳,持续性强;而电力供给不平衡时,高位电价走势相对平稳,持续性强。

d. 电力供给平衡的年份高峰时段的反持久性明显比低谷时段的大;而电力供给不平衡的年份正好相反。说明电力供给平衡时,高位电价不平稳容易走弱;而电力供给不平衡时,低位电价不平稳容易走强。

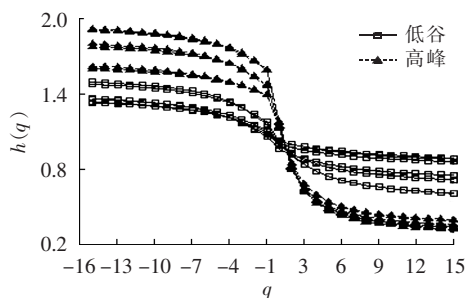
e. 仿多重分形方法能反映出电价的持久性特征以及电价运行的趋势,这是标准多重分形方法所不能表现的。

3.3 峰谷时段去趋势波动特征分析

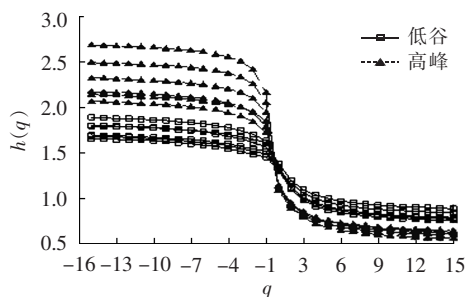
利用去趋势波动分析方法分析上述峰谷时段,由式(11)—(16)得到它们的指数 $h(q)$ 随 q 值的变化如图 6 所示(因 $h(q)$ 在 $q=0$ 处不取值,故横轴去掉刻度 0 值)。

从图 6 可以得到以下几点结论。

a. 与仿多重分形分析的指数 $\gamma(q)$ 不同,指数 $h(q)$ 描述的是去除了局部趋势后的电价波动的持久性。 $q<0$ 时,低谷时段的指数 $h(q)$ 小于高峰时段,说明低谷时段的持久性比高峰时段的持久性小。这是因为当 $q<0$ 时,方差 $F^2(s,v)$ 小的区间在波动函数中占主导地位,所以此时指数 $h(q)$ 描述的是小方差区间波动的标度。高峰时段的小方差区间为电价在平均价格之下运行的天数,这些天的电价波动相对较弱,其持久性较大。而当 $q>0$ 时,高峰时段的指数 $h(q)$ 小于低谷时段,说明此时高峰时段的持久性比低谷时段小。因为当 $q>0$ 时,大方差的区间在波动函数中占主导地位,指数 $h(q)$ 描述的是大方差区间波动的标度。高峰时段的大方差区间为价格尖峰价格出现的天数,电价波动相对较强,因而持久性较弱。



(a) PJM 2001 年电力市场



(b) 加州 2000 年电力市场

图 6 2 个时段的指数 $h(q)$ 随 q 值的变化Fig.6 Curves of exponent $h(q)$ vs. q for low and peak periods

b. 注意到对于 PJM 2001 年电力市场的高峰时段经历了一个从持久性到非持久性的过渡,呈现出较强的多重仿射特性,由于 q 值放大了电价的波动,高峰时段的价格波动越剧烈,其反持久性也越强,即电价在出现尖峰之后即有可能跌入低谷,而低谷电价之后即有可能出现尖峰,这说明该年的高峰时段电价动态主要由在价格形成机制中产生反持久性的大幅价格波动支配。而该年低谷时段及加州 2000 年高峰和低谷时段始终有 $h(q) > 0.5$,说明在去除了局部趋势后,这些时段内市场仍然表现为持久性特性,但是随着 q 值的增大(亦即在大方差区间内),这种持久性慢慢减弱。

c. 与仿多重分形分析不同,经过去除局部趋势后的长程相关性分析表明:加州 2000 年电力市场的没有经历非持久性过程的原因是在供给严重不平衡的情况下,去除局部趋势后,电价的大方差区间波动仍然有增大的趋势。这表现为高峰时段出现尖峰电价后并没有走势平稳而是具有持久性的出现下一个价格尖峰,因此市场表现出持久性特征。

d. 值得一提的是:当 $q=2$ 时,即标准 DFA 得到的 PJM 2001 年全年和加州 2000 年全年电价的指数 $h(2)$ 分别为 0.8842 和 0.9958,均大于 0.5,表明市场具有很强的长程相关性,与文献[9]的结论一致。

e. 与仿多重分形分析相同,去趋势波动分析方法也能反映电价的持久性特征,还能反映电价波动大小的趋势,这是标准多重分形方法所不能表现的。

4 结语

本文运用多重分形理论中的标准多重分形分析、仿多重分形分析、多重分形去趋势波动分析 3 种方法对 PJM 2001 年和加州 2000 年电力市场各个时段的实时电价进行了研究,得到了各种分形指数,说明它们具有多重分形特征。在研究中发现不同的电力市场和不同的时段分形参数也有所不同。为此将 2 个电力市场的低谷和高峰时段进行了对比研究,揭示了它们之间分形特征的差异,并深入分析了造成这些差异的成因,与实际情况吻合。这些混沌特性的差异对识别电价数据所处的高峰或低谷时段提供了理论基础;为分时段电价聚类进行相空间重构提供了方法;根据这些不同的分形参数还可以建立不同时段的短期边际电价预测模型,例如可以利用得到的不同时段的关联维数计算得到最大 Lyapunov 指数和最佳嵌入维数,进而建立分时段重构相空间预测模型来对短期电价进行预测,最终为市场参与者与管理者规避电价风险提供了更好的保障。

参考文献:

- [1] CUARESMA J C, HLOUSKOVA J, KOSSMEIER S, et al. Forecasting electricity spot-prices using linear univariate time series models[J]. Applied Energy, 2004, 77(1): 87-106.
- [2] 李邦云, 袁贵川, 丁晓群. 基于相似搜索和加权回归技术的短期电价预测[J]. 电力自动化设备, 2004, 24(1): 42-45.
LI Bangyun, YUAN Guichuan, DING Xiaqun. Electricity price forecasting based on similarity search & weighted regression[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24(1): 42-45.
- [3] OREN S S. Integrating real and financial options in demand-side electricity contracts[J]. Decision Support Systems, 2001, 30(3): 279-288.
- [4] NOGALES F J, CONTRERAS J, CONEJO A J, et al. Forecasting next-day electricity prices by time series models[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(2): 342-348.
- [5] DENG S. Financial methods in competitive electricity markets [D]. Berkeley, USA: University of California, 1999.
- [6] DAVISON M, ANDERSON C L, MARCUS B, et al. Development of a hybrid model for electrical power spot prices[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(2): 257-264.
- [7] SXKUTA B R, SANABRIA L A, DILLON T S. Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(3): 188-195.
- [8] 曹一家, 王光增. 电力系统复杂性及其相关问题研究[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(2): 5-10.
CAO Yijia, WANG Guangzeng. Research on power system complexity and related topics[J]. Electric Power Automation Equipment, 2010, 30(2): 5-10.
- [9] 袁晓辉, 王云燕, 谢俊, 等. 电力市场中电价长程相关性的去趋势波动分析[J]. 华东电力, 2009, 37(6): 982-984.
YUAN Xiaohui, WANG Yunyan, XIE Jun, et al. Detrended fluctuation analysis of electricity price for long-range correlation

- characteristics in electricity market[J]. East China Electric electricity, 2009, 37(6): 982-984.
- [10] 孙可, 韩祯祥. 美国加州电力市场电价的分形特征[J]. 能源工程, 2006(5): 1-3.
- SUN Ke, HAN Zhenxiang. Fractal feature of prices in California electricity market[J]. Energy Engineering, 2006(5): 1-3.
- [11] 彭春华. 电力市场短期边际电价的分时重构混沌相空间预测[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(23): 80-85.
- PENG Chunhua. Electricity market short-term marginal price forecasting based on period clustering restructuring chaotic phase space[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(23): 80-85.
- [12] EDGAR E P. 资本市场的混沌与秩序[M]. 2版. 王小东, 译. 北京: 经济科学出版社, 1999: 108-152.
- [13] KENNETH J F. 分形几何——数学基础及其应用[M]. 曾文曲, 译. 沈阳: 东北大学出版社, 2003: 327-340.
- [14] MANDELBROT B B. A multifractal walk down wall street[J]. Scientific American, 1999(298): 70-73.
- [15] PLEROU V, GOPIKRISHNAN P, AMARAL L A N, et al. Scaling of the distribution of price fluctuations of individual companies[J]. Phys Rev E, 1999(60): 6519-6529.
- [16] GOPIKRISHNAN P, PLEROU V, AMARAL L A N, et al. Scaling of the distributions of fluctuations of financial market indices[J]. Phys Rev E, 1999(60): 5305-5316.
- [17] 陈伟, 周晓阳. 竞争性电力市场中电价的多标度分形实证分析[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(17): 31-34.
- CHEN Wei, ZHOU Xiaoyang. Empirical research on multifractal behavior of electricity price in the competitive market[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(17): 31-34.
- [18] BACRY E, DELOUR J, MUZY F. Modeling financial time series using multifractal random walks[J]. Physica A, 2001(299): 84-92.
- [19] SUN Xia, CHEN Huiping, WU Ziqin, et al. Multifractal analysis of Hang Seng index in Hong Kong stock market[J]. Physica A, 2001(291): 553-562.
- [20] MOVAHED M S, JAFARI G R, GHASEMI F, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of sunspot time series[J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2006(2): 1-15.
- [21] YANG Jianyi, YU Zuguo, ANH V. Clustering structures of large proteins using multifractal analysis based on a 6-letter model and hydrophobicity scale of amino acids[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009(40): 607-620.
- [22] VANDEWALLE N, AUSLOOS M. Multi-affine analysis of typical currency exchange rates[J]. The European Physical Journal B, 1998(4): 257-261.
- [23] PENG C, BULDYREV S, HAVLIN S. Mosaic organization of DNA nucleotides[J]. Phys Rev E, 1994(49): 1685-1689.
- [24] SEELY A J E, MACKLEM P T. Complex systems and the technology of variability analysis[J]. Critical Care, 2004(8): 367-384.
- [25] KANTELHARDT J W, ZSCHIEGNER S A, BUNDE E K, et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series[J]. Physica A, 2002(316): 87-114.
- [26] 谢文录, 谢维信. 几种分形参数估计方法的性能分析和比较[J]. 西安电子科技大学学报, 1997, 24(2): 172-179.
- XIE Wenlu, XIE Weixin. A fractal-based analysis of time series data and feature extraction[J]. Journal of Xidian University, 1997, 24(2): 172-179.

作者简介:

王 访(1981-), 男, 湖南长沙人, 讲师, 博士, 研究方向为复杂系统建模、分形理论的应用及电力市场风险管理(E-mail: topwang619@163.com);

尚金成(1966-), 男, 河南南阳人, 教授级高级工程师, 博士, 主要研究方向为竞争性电力市场理论及应用、电力系统优化调度协调理论及应用、电力市场风险控制理论及应用、节能发电调度理论及应用、电力节能减排的理论体系与技术支持体系(E-mail: shangjincheng@gmail.com)。

Characteristic analysis of period electricity price based on multifractal theory

WANG Fang¹, SHANG Jincheng²

(1. College of Science, Hunan Agricultural University, Changsha 410128, China;

2. Henan Power Grid Exchange Center, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: Three kinds of multifractal method—standard multifractal analysis, analogous multifractal analysis and multifractal detrended fluctuation analysis—are applied in the study of low and peak price periods for PJM 2001 electricity market and California 2000 electricity market. The calculation of various multifractal parameters shows that, the electricity price has multifractal characteristics and there are discrepancies in multifractal characteristics among different markets and different periods. The multifractal spectrum of peak-period price of PJM electricity market is wider than that of low-period price, being opposite to California electricity market. Both electricity markets show strong long-term correlation in price, but, in contrast to PJM electricity market, California electricity market has more anti-persistence in low-period than in peak-period. However, California electricity market has no non-persistent stage after the local trend is filtered out. These discrepancies reflect truly the differences between their price characteristics.

Key words: electric power systems; market; price; sub-period; multifractal analysis; analogous multifractal analysis; multifractal detrended fluctuation analysis