

# 基于添加法的新型换流变压器数学建模及短路故障计算

张 杰,王卫安,马雅青,唐剑钊,任 涛

(南车电气技术与材料工程研究院,湖南 株洲 412001)

**摘要:**把变压器看作含互感支路的电网络,作出了新型换流变压器耦合电路的有向图,基于此有向图,首次将添加法应用于建立含互感支路的电网络的网络方程,从而得到了新型换流变压器正常状态的数学模型,并根据有向图节点或支路的变化,通过修改相关的支路对网络方程的贡献来建立新型换流变压器的内部故障数学模型和计算其典型的内外部短路故障。实际算例验证了所建数学模型和短路故障计算方法的正确性。该算法具有占用计算机内存小、计算效率及精度高、通用性强等特点,它不仅可以十分便捷地直接形成新型换流变压器的正常状态和内部故障数学模型,而且可以计算其任意的内外部短路故障,能用于解决各种复杂多绕组变压器正常状态、内部故障的数学建模及任意的内外部短路故障计算等问题。

**关键词:**换流变压器; 数学模型; 短路故障; 电网络分析; 添加法; 耦合电路

**中图分类号:** TM 714

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.04.016

## 0 引言

新型换流变压器具有特殊的绕组布置结构与阻抗匹配关系,其阀侧绕组抽头处接全调谐滤波装置,通过发掘变压器的电磁潜能,利用内部耦合绕组在谐波频率下的安匝平衡作用,把谐波隔离在二次绕组并就近抑制,避免谐波流窜至一次侧电网而扩大污染和危害,并可有效削弱谐波磁势对变压器所产生的不良影响。由于该种滤波方式较之无源滤波与有源滤波有诸多优点,因此特别适合于因非线性负荷的作用而存在大量谐波与无功的直流输电系统<sup>[1-4]</sup>。

为了实现该新型换流变压器的产业化,还需要完成大量的研究工作。本文主要研究不仅能建立新型换流变压器正常状态、内部故障的数学模型,而且能对其内外部故障进行计算的通用方法。这对新型换流变压器运行特性的分析与计算,揭示新型换流变压器各处的电压、电流等电气量的分布及其规律,制定新型换流变压器保护方案,实现保护方案参数的整定具有重要意义。

传统的变压器数学模型推导一般以严格的变压器理论基础方程式展开<sup>[5-6]</sup>,但过程较为繁琐,不适用于复杂多绕组变压器模型的建立,而且由于经过等效,其物理含义在一定程度上被弱化。文献[7]采用稀疏列表法来建立变压器数学模型,该方法不足之处在于所建方程阶数比较高,而且后续故障处理比较麻烦,灵活性不高。相分量法<sup>[8-9]</sup>比较直观,其数学模型完全再现原系统的物理结构,而且在不对称

电力系统故障计算方面优于对称分量法<sup>[10-11]</sup>,故障处理简单灵活,因此文献[12-13]采用相分量法来建立变压器的数学模型,采用的建模方法一般是借助关联矩阵  $A$ ,通过矩阵运算形成节点导纳方程,然而该方法并不适用于网络的计算机辅助分析,原因在于占用内存量大及运算效率低<sup>[14]</sup>。文献[7,13]的另一个不足在于仅推导了新型换流变压器正常状态的数学模型,并没有给出建立新型换流变压器内部故障模型以及计算其内外部短路故障的方法,因此,其算法应用范围相对比较狭窄。

本文基于添加法建立电网络方程的原理<sup>[14]</sup>,首次把添加法应用于新型换流变压器数学模型的建立和短路故障计算,并通过实际算例验证了本文数学模型和短路故障计算方法的正确性。

## 1 添加法建立节点导纳方程原理

对于一个节点数为  $n$ 、支路数为  $b$  的电力网络而言,设节点导纳矩阵为  $Y_n$ 、支路导纳矩阵为  $Y_b$ 、电压源列向量为  $U_s$ 、电流源列向量为  $I_s$ 、节点电流列向量为  $I_n$ 。运用关联矩阵法建立节点导纳方程,在求得节点导纳矩阵  $Y_n$  及节点电流列向量  $I_n$  中需要进行矩阵运算  $Y_n = AY_b A^T$  及  $I_n = AI_s - AY_b U_s$ ,事实上,由于关联矩阵  $A$  所含元素仅为 0、+1、-1,所以与  $A$  或  $A^T$  的乘法运算实质上仅是某些元素的加减运算,因此进行乘法运算是无谓且低效的。而且,从上面的矩阵运算公式可以看出,要建立方程至少需存放关联矩阵  $A$ 、支路矩阵  $Y_b$  及节点电流列向量  $I_n$ 。存放最终得到的网络方程仅需  $n^2+n$  个单元,但存放矩阵  $A$  却需要  $n \times b$  个单元,存放矩阵  $Y_b$  需  $b \times b$  个单元,显然存放矩阵  $A$  及  $Y_b$  的单元数量远大于  $n^2+n$ 。

因为节点导纳方程实质上是  $n$  个节点的 KCL 方程,方程左边以流出节点电流为正,方程右边则以

收稿日期:2011-12-22;修回日期:2013-01-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50907018);湖南省“十一五”重大科技专项项目(06GK1003-1)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(50907018) and the Special Fund for the Key Eleventh-Five Year Science-Technology Research Program of Hunan Province(06GK1003-1)

流入节点的电流为正,因此列出电网络中某条支路的 KCL 方程,就可以确定该条支路对网络方程贡献的大小及其出现在网络方程中的位置。添加法正是基于此思路来建立电力网络的节点导纳网络方程,具体实现过程如下:建立初始方程时,节点导纳矩阵及右端节点电流列向量里面的元素全为零,扫描一个支路就将它对方程的贡献填到合适的位置,这样逐次扫描,逐次添加,直至网络中每一个支路均被扫描,网络方程便被建立起来。添加法实质上是支路在网络方程中的贡献逐个添加的方法<sup>[14]</sup>。由于没有借助于关联矩阵,因此无需存放关联矩阵和支路矩阵,并且省去了与关联矩阵  $A$  相关的矩阵运算,从而极大节省了算法占用的计算机内存,并提高了运算的效率。

## 2 新型换流变压器正常状态数学模型

### 2.1 新型换流变压器接线方案及耦合电路

新型换流变压器具体接线方案如图 1 所示<sup>[7]</sup>。

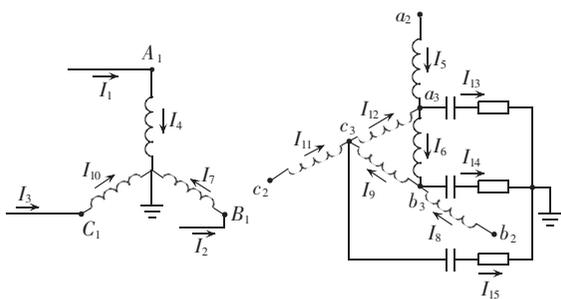


图 1 新型换流变压器接线方案

Fig.1 Connection scheme of converter transformer

图 1 中  $I_i(i=1,2,\dots,15)$  表示各支路电流,其中  $I_1=I_{S1}, I_2=I_{S2}, I_3=I_{S3}$  分别表示 A、B、C 相激励电流。新型换流变压器由 3 个单相三绕组变压器连接而成,由图 1 接线可得出表征新型换流变压器三相绕组具体连接方式的耦合电路,如图 2 所示。为了给变压器二次侧提供一个参考接地点,同时也是为了简单起见,便于叙述本文算法,滤波器中性点选择接地(没有具体考虑工程实际接法)。

图 2 中,  $R_1, R_2, R_3$  和  $L_1, L_2, L_3$  分别表示 A、B、C 各相一次侧绕组、二次侧延边绕组与公共绕组的电阻和自感;  $M_{12}, M_{13}, M_{23}$  分别表示每相中各绕组间的互感,将单相新型换流变压器各绕组的电阻、电感参数写成矩阵形式,有:

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_3 \end{bmatrix}$$

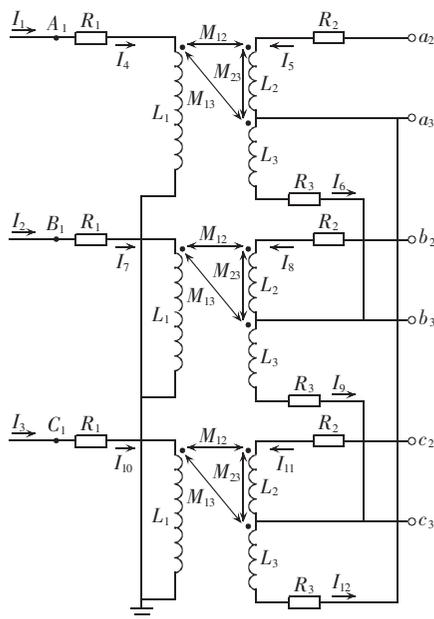


图 2 新型换流变压器耦合电路

Fig.2 Coupled circuit of converter transformer

### 2.2 正常状态 $R, L$ 矩阵元素的求解

在建立新型换流变压器正常状态数学模型时,需要得到新型换流变压器正常状态下各绕组的  $R, L$  矩阵的参数。由于缺少零序短路试验数据,不能应用 ATP 仿真程序中的 BCTRAN 子程序计算  $R, L$  矩阵参数<sup>[15]</sup>,而且 BCTRAN 子程序也不支持具有特殊绕组连接方式的新型换流变压器的  $R, L$  矩阵参数计算。

鉴于此,本文采用电磁场有限元计算方法<sup>[16]</sup>,根据新型换流变压器实际制造尺寸,利用有限元分析软件 Ansoft 来建立变压器的有限元分析模型,求得新型换流变压器各绕组的电阻、自感与互感。求解的过程如下:

- 根据新型换流变压器铁芯的结构尺寸和绕组的布置,建立新型换流变压器几何模型;
- 根据磁势平衡原理,对新型换流变压器原副边绕组施加激励电流源;
- 设置求解自感、互感矩阵的选项;
- 对几何模型进行剖分,形成有限元模型,选择默认的求解算法进行求解;
- 进行求解后处理,求得三相新型换流变压器正常状态下的  $R, L$  矩阵参数,由于三相参数对称,因此可得单相新型换流变压器  $R, L$  矩阵参数。

当求匝间或匝地短路  $R, L$  矩阵参数时,需根据正常状态  $R, L$  矩阵参数通过公式变换求得,具体方法参考文献<sup>[17]</sup>。

### 2.3 正常数学模型的推导

由图 2 可以得到图 1 的有向图,如图 3 所示。图中,数字 1~15 为支路的编号,①~⑨为节点的编号,0 代表接地点。文献<sup>[13]</sup>采用借助关联矩阵  $A$  的方法来建立图 3 所示电网络的节点导纳方程,该算法存放

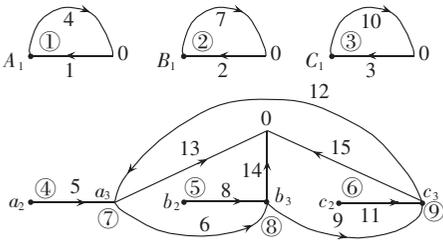


图 3 图 1 的有向图  
Fig.3 Digraph of fig.1

矩阵  $\mathbf{A}$ 、支路导纳矩阵  $\mathbf{Y}_b$  和最终得到的节点导纳方程,共需要单元  $9 \times 15 + 15 \times 15 + (9^2 + 9) = 450$  个,远大于存放最终得到的节点导纳方程需要的单元  $9^2 + 9 = 90$  个。本文采用添加法直接形成图 3 所示电网的节点导纳方程,设定支路电压和电流取关联方向。根据图 1 和图 2,将图 3 的支路分为 3 类:耦合支路 4~12;滤波支路 13~15;电流源支路 1~3。

应用添加法建立该电网络节点导纳方程的关键在于确定每一类支路对方程的贡献。

由图 2 可知,互相耦合的支路,A 相为 4~6,B 相为支路 7~9,C 相为支路 10~12,互相耦合支路的电流均流入同名端。互相耦合支路的自阻抗分别为  $z_{11} = R_1 + j\omega L_1, z_{22} = R_2 + j\omega L_2, z_{33} = R_3 + j\omega L_3$ ;互阻抗分别为  $z_{12} = z_{21} = j\omega M_{12}, z_{13} = z_{31} = j\omega M_{13}, z_{23} = z_{32} = j\omega M_{23}$ 。自阻抗与互阻抗具体的数值可代入 2.2 节求解的  $\mathbf{R}, \mathbf{L}$  矩阵参数进行计算。设  $\mathbf{z}_p$  表示单相互耦合支路的阻抗矩阵,则有:

$$\mathbf{z}_p = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{12} & z_{22} & z_{23} \\ z_{13} & z_{23} & z_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

可得整个网络的耦合支路阻抗矩阵为:

$$\mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_p & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{z}_p & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{z}_p \end{bmatrix} \quad (3)$$

则变压器耦合绕组的支路电流与支路电压关系的矩阵式可以表示如下:

$$[\mathbf{I}_{4-6} \quad \mathbf{I}_{7-9} \quad \mathbf{I}_{10-12}]^T = \mathbf{Y}_i [\mathbf{U}_{4-6} \quad \mathbf{U}_{7-9} \quad \mathbf{U}_{10-12}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{Z}_i^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_p^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{z}_p^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{z}_p^{-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{Y}_i$  表示新型换流变压器耦合支路的导纳矩阵。

根据图 3 所示的有向图,将式(4)改写为:

$$\begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_i \begin{bmatrix} U_{\text{①}} \\ U_{\text{①}} - U_{\text{⑦}} \\ U_{\text{⑦}} - U_{\text{⑧}} \\ U_{\text{②}} \\ U_{\text{⑤}} - U_{\text{⑧}} \\ U_{\text{⑧}} - U_{\text{⑨}} \\ U_{\text{③}} \\ U_{\text{⑥}} - U_{\text{⑨}} \\ U_{\text{⑨}} - U_{\text{⑦}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

设  $Y_i(i, j)$  为矩阵  $\mathbf{Y}_i$  的  $i$  行  $j$  列的元素,将式(6)展开,考虑到矩阵  $\mathbf{Y}_i$  的对称性,支路 4~12 的电流可写为:

$$\begin{cases} I_4 = Y_i(1, 1)U_{\text{①}} + Y_i(1, 2)U_{\text{④}} + \\ \quad [Y_i(1, 3) - Y_i(1, 2)]U_{\text{⑦}} - Y_i(1, 3)U_{\text{⑧}} \\ I_5 = Y_i(2, 1)U_{\text{①}} + Y_i(2, 2)U_{\text{④}} + \\ \quad [Y_i(2, 3) - Y_i(2, 2)]U_{\text{⑦}} - Y_i(2, 3)U_{\text{⑧}} \\ I_6 = Y_i(3, 1)U_{\text{①}} + Y_i(3, 2)U_{\text{④}} + \\ \quad [Y_i(3, 3) - Y_i(3, 2)]U_{\text{⑦}} - Y_i(3, 3)U_{\text{⑧}} \\ I_7 = Y_i(1, 1)U_{\text{②}} + Y_i(1, 2)U_{\text{⑤}} + \\ \quad [Y_i(1, 3) - Y_i(1, 2)]U_{\text{⑧}} - Y_i(1, 3)U_{\text{⑨}} \\ I_8 = Y_i(2, 1)U_{\text{②}} + Y_i(2, 2)U_{\text{⑤}} + \\ \quad [Y_i(2, 3) - Y_i(2, 2)]U_{\text{⑧}} - Y_i(2, 3)U_{\text{⑨}} \\ I_9 = Y_i(3, 1)U_{\text{②}} + Y_i(3, 2)U_{\text{⑤}} + \\ \quad [Y_i(3, 3) - Y_i(3, 2)]U_{\text{⑧}} - Y_i(3, 3)U_{\text{⑨}} \\ I_{10} = Y_i(1, 1)U_{\text{③}} + Y_i(1, 2)U_{\text{⑥}} + \\ \quad [Y_i(1, 3) - Y_i(1, 2)]U_{\text{⑨}} - Y_i(1, 3)U_{\text{⑦}} \\ I_{11} = Y_i(2, 1)U_{\text{③}} + Y_i(2, 2)U_{\text{⑥}} + \\ \quad [Y_i(2, 3) - Y_i(2, 2)]U_{\text{⑨}} - Y_i(2, 3)U_{\text{⑦}} \\ I_{12} = Y_i(3, 1)U_{\text{③}} + Y_i(3, 2)U_{\text{⑥}} + \\ \quad [Y_i(3, 3) - Y_i(3, 2)]U_{\text{⑨}} - Y_i(3, 3)U_{\text{⑦}} \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)可见,耦合支路对网络方程贡献的位置在节点导纳矩阵。设  $Y(i, j)_b$  表示支路  $b$  对节点导纳矩阵的一个贡献,具体位置处于节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  的  $i$  行  $j$  列。由式(7),根据图 3 所示的有向图,可确定耦合支路 4~12 对节点导纳矩阵的贡献。

**a. A 相互耦支路 4~6。**

互耦支路 4~6 连接的节点为 ①、④、⑦、⑧。

支路 4 的电流从节点 ① 流出,流入参考节点。它对节点 ① 的贡献为:

$$Y(1, 1)_4 = Y_i(1, 1), \quad Y(1, 4)_4 = Y_i(1, 2) \\ Y(1, 7)_4 = Y_i(1, 3) - Y_i(1, 2), \quad Y(1, 8)_4 = -Y_i(1, 3)$$

支路 5 的电流从节点 ④ 流出,流入节点 ⑦,它对节点 ④ 的贡献为:

$$Y(4, 1)_5 = Y_i(2, 1), \quad Y(4, 4)_5 = Y_i(2, 2) \\ Y(4, 7)_5 = Y_i(2, 3) - Y_i(2, 2), \quad Y(4, 8)_5 = -Y_i(2, 3)$$

支路 5 对节点 ⑦ 的贡献为:

$$Y(7, 1)_5 = -Y_i(2, 1), \quad Y(7, 4)_5 = -Y_i(2, 2) \\ Y(7, 7)_5 = -Y_i(2, 3) + Y_i(2, 2), \quad Y(7, 8)_5 = Y_i(2, 3)$$

支路 6 的电流从节点 ⑦ 流出,流入节点 ⑧,它对节点 ⑦ 的贡献为:

$$Y(7, 1)_6 = Y_i(3, 1), \quad Y(7, 4)_6 = Y_i(3, 2) \\ Y(7, 7)_6 = Y_i(3, 3) - Y_i(3, 2), \quad Y(7, 8)_6 = -Y_i(3, 3)$$

支路 6 对节点 ⑧ 的贡献为:

$$Y(8, 1)_6 = -Y_i(3, 1), \quad Y(8, 4)_6 = -Y_i(3, 2) \\ Y(8, 7)_6 = -Y_i(3, 3) + Y_i(3, 2), \quad Y(8, 8)_6 = Y_i(3, 3)$$

由上面的推导过程可知:耦合支路对节点的贡献不仅和与之直接相连的节点相关,还和与之耦合

的支路两端的节点相关。

同理可得到 B 相互耦支路 7~9、C 相互耦支路 10~12 对网络方程的贡献。

#### b. 滤波支路 13~15 对网络方程的贡献。

设每相滤波支路在基频下的导纳为  $y_k$ , 滤波支路 13~15 对网络方程贡献的位置也位于节点导纳矩阵。支路 13~15 的电流分别从节点⑦、⑧、⑨出发, 均流入参考节点。

支路 13 对节点⑦的贡献为:

$$Y(7,7)_{13}=y_k$$

支路 14 对节点⑧的贡献为:

$$Y(8,8)_{14}=y_k$$

支路 15 对节点⑨的贡献为:

$$Y(9,9)_{15}=y_k$$

最终的节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  第  $i$  行的元素由与节点  $i$  相连的所有支路对该节点贡献的节点导纳元素之和构成。综合支路 4~15 对节点的贡献, 可得最终的节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  的全部元素。

#### c. 电流源支路 1~3 对网络方程的贡献。

支路 1~3 是电流源支路, 因此对节点电流列向量有贡献。设  $I(i,1)_b$  表示支路  $b$  对节点电流列向量的贡献, 具体位置处于节点电流列向量  $\mathbf{I}$  的  $i$  行 1 列。

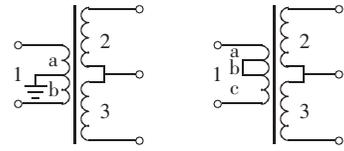
支路 1~3 的电流均从参考节点出发, 分别流入节点①、②、③。因此支路 1~3 对节点电流列向量的贡献分别为:  $I(1,1)_1=I_{S1}$ ;  $I(2,1)_2=I_{S2}$ ;  $I(3,1)_3=I_{S3}$ 。

至此, 得到节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  和节点电流列向量  $\mathbf{I}$  的全部元素。因此可以求得新型换流变压器正常数学模型为:

$$\mathbf{Y} \begin{bmatrix} U_{A1\sim C1} \\ U_{a2\sim c2} \\ U_{a3\sim c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{A1\sim C1} \\ I_{a2\sim c2} \\ I_{a3\sim c3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3 新型换流变压器内部故障数学模型

单相新型换流变压器一次绕组发生匝地短路和匝间短路时的示意图如图 4 所示。由于正常状态的新型换流变压器可视为由 3 个彼此磁耦合的线圈组成, 因此, 若新型换流变压器的某个绕组发生匝地故障或匝间故障, 则发生匝地故障的绕组被分开看作存在耦合的 2 个线圈, 发生匝间故障的绕组被看作互耦的 3 个独立线圈, 即图 4(a) 的绕组 1 由故障点分裂成了 a、b 2 个线圈, 图 4(b) 的绕组 1 由故障点分裂成了 a、b、c 3 个线圈。由于变压器的线圈之间是通过磁场联系在一起的, 当变压器发生内部短路故障时, 故障线圈的结构以及线圈之间磁场和电场都要相应地发生变化, 从而引起变压器参数的变化, 因此, 在新型换流变压器内部故障数学建模中, 需要确定故障后新型换流变压器  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{L}$  矩阵参数, 其求解的基本思路可参考文献[17], 在此不再叙述。



(a) 匝地短路故障 (b) 匝间短路故障

图 4 新型换流变压器内部故障示意图

Fig.4 Sketch map of converter transformer with interior faults

假设图 1 新型换流变压器 A 相一次绕组内部发生故障的点为  $F$ , 将该故障绕组看成 2 个线圈的耦合, 对应的内部故障有向图如图 5 所示。

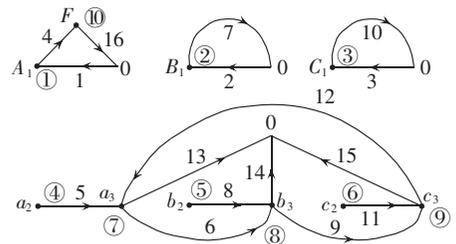


图 5 新型换流变压器内部故障有向图

Fig.5 Digraph of converter transformer with interior faults

与图 3 正常新型换流变压器有向图相比, 图 5 将图 3 的支路 4 分裂成 2 个支路, 分别为图 5 的新支路 4 和新支路 16, 两支路的交叉点为新增的故障节点  $F$ , 编号顺序为⑩。图 5 的支路 4、5、6、16 相互耦合, 需要确定这些支路对内部故障网络方程的贡献, 而其他支路对网络方程的贡献不变。因此, 修改式(7)的支路电流方程; 去掉式(7)的前 3 个方程, 并用支路 4、5、6、16 的电流方程代替, 其余的支路电流方程无需变化。利用求出的一次绕组匝地故障  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{L}$  矩阵参数, 求出互耦支路 4、5、6、16 的支路导纳矩阵  $\mathbf{Y}_f$  各元素的值, 则有:

$$\begin{cases} I_4 = Y_f(1,1)U_{\text{①}} + Y_f(1,3)U_{\text{④}} + [Y_f(1,4) - Y_f(1,3)]U_{\text{⑦}} - Y_f(1,4)U_{\text{⑧}} + [Y_f(1,2) - Y_f(1,1)]U_{\text{⑩}} \\ I_{16} = Y_f(2,1)U_{\text{①}} + Y_f(2,3)U_{\text{④}} + [Y_f(2,4) - Y_f(2,3)]U_{\text{⑦}} - Y_f(2,4)U_{\text{⑧}} + [Y_f(2,2) - Y_f(2,1)]U_{\text{⑩}} \\ I_5 = Y_f(3,1)U_{\text{①}} + Y_f(3,3)U_{\text{④}} + [Y_f(3,4) - Y_f(3,3)]U_{\text{⑦}} - Y_f(3,4)U_{\text{⑧}} + [Y_f(3,2) - Y_f(3,1)]U_{\text{⑩}} \\ I_6 = Y_f(4,1)U_{\text{①}} + Y_f(4,3)U_{\text{④}} + [Y_f(4,4) - Y_f(4,3)]U_{\text{⑦}} - Y_f(4,4)U_{\text{⑧}} + [Y_f(4,2) - Y_f(4,1)]U_{\text{⑩}} \end{cases} \quad (9)$$

设内部故障节点导纳矩阵为  $\mathbf{Y}_{Fh}$ , 根据图 5 的有向图, 由式(9)可以得到耦合支路 4、5、6、16 对网络方程的贡献, 推导过程与上相同。

内部故障节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}_{Fh}$  与正常状态节点导

纳矩阵  $\mathbf{Y}$  相比,由于新增添了一个故障节点⑩, $\mathbf{Y}_{FA}$  多了一行一列;由于新增的故障节点⑩是互耦支路 4、5、6、16 相连的一个端点,因此这些互耦支路对支路两端的节点①、④、⑦、⑧、⑩的某些贡献发生了变化,从而导致了  $\mathbf{Y}_{FA}$  第 1、4、7、8 行的部分非零元素不同于  $\mathbf{Y}$  相应位置的元素, $\mathbf{Y}_{FA}$  第 10 行的元素体现了支路对新增的故障节点⑩的贡献;由于支路 4、5、6、16 之外的其余支路对网络方程的贡献不变,因此  $\mathbf{Y}_{FA}$  其余行的非零元素位置和大小与  $\mathbf{Y}$  相同。

这样,新型换流变压器内部故障数学模型为:

$$\mathbf{Y}_{FA} \begin{bmatrix} U_{A1-c1} \\ U_{a2-c2} \\ U_{a3-c3} \\ U_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{A1-c1} \\ I_{a2-c2} \\ I_{a3-c3} \\ I_F \end{bmatrix} \quad (10)$$

由图 5 或式(10)可知,绕组上的故障点  $F$  由原来的不可见变为清晰可见的节点,因此可以方便地对  $F$  点施加接地短路来模拟匝间故障,将  $F$  点与其他的端点相连来模拟匝间短路故障。通过改变图 4 线圈 a 的匝数  $n_a$  来改变故障点  $F$  的位置,求解出相应的  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{L}$  矩阵参数,并代入前面确定的  $\mathbf{Y}_{FA}$  各元素的表达式中,便可以通过式(10)来计算故障点  $F$  位于绕组任意位置时新型换流变压器各电气量的稳态值,以及随着故障点位置  $F$  的改变,新型换流变压器各电气量变化的规律。当图 5 的  $F$  点不施加故障时,式(10)的数学模型将变为新型换流变压器正常状态的数学模型。除节点  $F$  之外,该模型其余节点的电压的计算结果应该与式(8)的数学模型的计算结果一样,而此时  $F$  点的电压与匝数成正比,即:

$$\frac{U_F}{U_{A1}} = \frac{n_a}{n_1} \quad (11)$$

## 4 新型换流变压器短路故障计算

基于式(8)所示的新型换流变压器正常状态数学模型或式(10)所示的新型换流变压器内部故障数学模型,本文采用添加法计算新型换流变压器短路故障,其故障计算的思路是根据新型换流变压器短路故障的类型,通过修改支路对网络方程的贡献来修改新型换流变压器的数学模型,并对修改后的数学模型进行求解。

### 4.1 新型换流变压器外部短路故障计算

#### 4.1.1 新型换流变压器外部节点接地短路

a. 设新型换流变压器外部节点④直接接地短路,则节点④转化为参考节点,那么电网络中的支路对节点④将没有贡献,因此需要消去原网络方程中支路对节点④的贡献:消去式(8)节点导纳矩阵第 4 行和第 4 列,这时网络方程降低一阶。因节点④转化为参考节点,故去掉式(8)节点电压和节点电流列

向量的第 4 个量,从而得到新数学模型,求解该数学模型得到除节点④之外的其他节点的电压值,将求解出的节点电压值代入式(8),展开式(8)第 4 行便可以得到节点④接地短路电流值。

b. 当新型换流变压器 2 个或 2 个以上外部节点接地短路时,计算方法与上相似。

#### 4.1.2 新型换流变压器外部节点之间短路

a. 设新型换流变压器外部节点④和⑤直接短路,这 2 个节点合为 1 个节点,设这个节点为节点④。因此需要将原网络方程中支路对节点④和⑤的贡献合并:将式(8)节点导纳矩阵第 5 行和第 5 列的元素分别加到第 4 行和第 4 列,同时去掉第 5 行和第 5 列,网络方程降低一阶。因节点④和⑤合为节点④,故去掉式(8)的节点电压和节点电流列向量的第 5 个量,从而得到新的数学模型,求解该数学模型得到所有节点的电压值,将求解出的节点电压值代入式(8),展开式(8)的第 5 行便可以得到节点间的短路电流值。

b. 设新型换流变压器外部节点④和⑤通过阻抗  $z$  短路,新增的支路编号为  $i$ ,则新节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}'$  需要在式(8)节点导纳矩阵  $\mathbf{Y}$  加上支路  $i$  的贡献。设支路  $i$  的电流由节点④流出,流入节点⑤,则支路  $i$  的电流大小为  $(U_4 - U_5)/z$ ,支路  $i$  对节点④的贡献为: $Y'(4,4)_i = 1/z$ ;  $Y'(4,5)_i = -1/z$ 。支路  $i$  对节点⑤的贡献为: $Y'(5,4)_i = -1/z$ ;  $Y'(5,5)_i = 1/z$ 。则有:

$$Y'(4,4) = Y(4,4) + Y'(4,4)_i$$

$$Y'(4,5) = Y(4,5) + Y'(4,5)_i$$

$$Y'(5,4) = Y(5,4) + Y'(5,4)_i$$

$$Y'(5,5) = Y(5,5) + Y'(5,5)_i$$

c. 当新型换流变压器 3 个或 3 个以上外部节点短路时,计算方法与上相似。

上述的外部短路故障计算也可以通过修改式(10)的数学模型来实现。

### 4.2 新型换流变压器内部短路故障计算

内部短路故障计算可以根据图 5 的  $F$  点在绕组的位置以及其短路故障的类型,通过修改式(10)的数学模型来实现,修改的方法与上相似。

## 5 算例

现结合具体算例来验证本文所建新型换流变压器数学模型及短路故障计算方法的正确性。新型换流变压器部分设计数据如表 1 所示。

本文根据图 1 所示新型换流变压器的接线方案和表 1 所示的单相设计参数值,采用 MATLAB/Simulink 中的电力系统仿真模块 (PSB) 建立了含新型换流变压器的电力系统仿真模型,三相电压的幅值为 220 V,阻抗值的单位为  $\Omega$ ,节点电压和短路电流的值可以通

表 1 新型换流变压器(单相)部分参数值

Tab.1 Partial parameters of converter transformer(single phase)

参数	一次绕组	二次延伸绕组	二次公共绕组
容量/(kV·A)	17.9134	9.2726	9.2726
电压/V	220	113.5662	196.7025
电流/A	81.6496	81.6496	47.1404
匝数	108	56	97
阻抗/%	16.305	6.835	0.005

过附加测量模块得到。将仿真模型的结果与采用本文方法建立正常数学模型以及计算外部短路的程序运行结果相比较。

### 5.1 正常数学模型和外部短路故障算法验证

为了便于描述,把新型换流变压器的原边绕组端口节点  $A_1, B_1, C_1$  看作节点  $H$  的三相,副边延边绕组端口节点  $a_2, b_2, c_2$  为节点  $J$  的三相,副边公共绕组端口节点  $a_3, b_3, c_3$  为节点  $K$  的三相,则节点电压和节点电流列向量分别为  $U_i = [U_A^i \ U_B^i \ U_C^i]^T, I_i = [I_A^i \ I_B^i \ I_C^i]^T$ , 其中  $i=H, J, K$ 。设短路点的三相电流为  $I_{ST} = [I_{IA} \ I_{IB} \ I_{IC}]^T$ 。

新型换流变压器正常状态和外部节点短路故障仿真和计算结果对比分别如表 2 和表 3 所示,限于篇幅,本文只对节点  $J$  的故障进行验证。

从表 2 和表 3 可以看出,仿真结果和计算结果非常接近,这充分表明了正常数学模型和外部短路故障算法的正确性和精确性。

表 2 正常状态节点三相电压结果对比

Tab.2 Comparison of three-phase voltages of normal node

节点 三相电压	幅值/V	
	仿真结果	计算结果
$U_A^H$	166.4129	166.9379
$U_B^H$	166.4129	166.9379
$U_C^H$	166.4129	166.9379
$U_A^J$	161.5054	161.2004
$U_B^J$	161.5054	161.2004
$U_C^J$	161.5054	161.2004
$U_A^K$	83.6724	84.3620
$U_B^K$	83.6724	84.3620
$U_C^K$	83.6724	84.3620

### 5.2 内部故障数学模型验证

本文主要从以下 2 个方面来验证新型换流变压器内部故障数学模型的正确性。

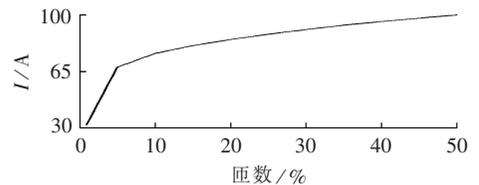
a. 随着短路故障匝数的变化,短路故障匝内电流和一次电流与故障匝数的关系。

保持端点  $A_1$  固定,与节点  $A_1$  短路的故障点  $F$  从原边 A 相绕组的 1% 处滑到 50% 处,短路电流计算方法如 4.2 节所述,一次侧的 A 相电流可由式(9)求出,可以得到图 6 所示的曲线。

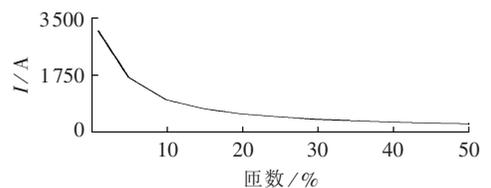
由图 6 可见,新型换流变压器发生匝间短路故障时,故障匝内的电流随着匝数的增加而减少,而一次侧电流却随着故障匝数的增加而增加,故障匝数很

表 3 节点  $J$  短路故障时的结果对比Tab.3 Comparison of three-phase voltages of node  $J$  with different short circuit faults

节点 $J$ 短路 故障类型	仿真结果(幅值)		计算结果(幅值)	
	$U_J/V$	$I_{ST}/A$	$U_J/V$	$I_{ST}/A$
A 相接地	$\begin{bmatrix} 0 \\ 142.0382 \\ 212.7320 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 90.6862 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 143.3528 \\ 212.9422 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 91.2911 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
A、B 两相 短路	$\begin{bmatrix} 80.7572 \\ 80.7572 \\ 161.5054 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 91.4140 \\ 91.4140 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 80.6002 \\ 80.6002 \\ 161.2004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 89.9034 \\ 89.9034 \\ 0 \end{bmatrix}$
A、B 两相 短路接地	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 193.7102 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 113.4843 \\ 76.1845 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 193.8357 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 114.5656 \\ 77.1257 \\ 0 \end{bmatrix}$
三相短路	三相电压均 近似等于 0	$\begin{bmatrix} 104.5558 \\ 104.5558 \\ 104.5558 \end{bmatrix}$	三相电压均 近似等于 0	$\begin{bmatrix} 103.8116 \\ 103.8116 \\ 103.8116 \end{bmatrix}$
A 相接地, B、C 两相 短路	$\begin{bmatrix} 0 \\ 116.9893 \\ 116.9893 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 90.6862 \\ 91.4140 \\ 91.4140 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 116.0087 \\ 116.0087 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 91.2911 \\ 89.9034 \\ 89.9034 \end{bmatrix}$



(a) 一次侧 A 相电流



(b) 短路故障匝内电流

图 6 一次侧电流、短路故障匝内电流与短路故障匝数的关系曲线

Fig.6 Relationship curves of primary current or inter-turn short circuit current vs. short circuit turn number

小时,一次侧电流很小,而故障匝内电流却很大。

b. 一次侧电流和短路故障匝内的电流随着短路故障阻抗的改变而变化的规律。

设新型换流变压器 A 相原边绕组的 40% 处与节点  $A_1$  通过一个短路故障阻抗  $Z_s$  相连,改变故障阻抗  $Z_s$  的大小,可以得到表 4 所示的变化规律。

由表 4 可见,一次侧的电流和短路故障匝内的电流随着短路故障阻抗的增大均逐渐减小,这说明相同位置的同类故障,短路故障阻抗越小后果越严重。

综合上面的新型换流变压器内部故障计算结果可以发现,虽然新型换流变压器具有特殊的绕组布置结构与阻抗匹配关系,但其内部故障计算结果呈现的规律与文献[18-19]的理论分析结果一致,从而说明了本文所建立的新型换流变压器内部数学模型的正确性,可以用来定量计算新型换流变压器的内部故障。

表4 一次侧A相电流、短路故障匝内电流与短路故障阻抗的关系

Tab.4 Relationship between primary current of phase-A or inter-turn short circuit current and short circuit fault impedance

$Z_s/\Omega$	一次侧A相电流/A	短路故障匝内电流/A
0.01	92.9285	299.8990
0.05	84.1082	259.3265
0.1	75.5462	220.4677
0.2	63.8994	168.1601
0.5	47.9475	96.7680

## 6 结论

a. 提出了一种采用添加法建立新型换流变压器正常状态、内部故障数学模型以及计算其内外部短路故障的通用方法,实际算例验证了该方法的正确性与精确性。

b. 经研究发现,互感支路对节点的贡献不仅和与之直接相连的节点相关,还和与之耦合的支路两端的节点相关。本文详细研究了确定互感支路对网络方程贡献的方法以及如何根据节点或支路的变化应用添加法形成新网络方程的方法。这些研究成果不仅是对文献[14]的一个有益的补充,而且拓宽了添加法的应用范围。

c. 本文将变压器看作多个支路的耦合,并充分考虑了变压器的具体接线方式,结合变压器耦合电路的有向图,将添加法建立网络方程的思想成功地应用于变压器数学建模中,而且根据变压器实际制造尺寸及所选用的材质,通过电磁场分析有限元计算方法求得所需的自感、互感参数,而无需具备零序短路试验数据。本文中添加法与电磁场有限元计算方法有效的结合使用为变压器数学建模开辟了一种新的思路。

d. 所建立的变压器数学模型清晰地反映了变压器绕组的接线方式,物理概念明确,且数学建模和短路故障计算的过程简单明了,只需结合变压器的接线方式,并求解相应的 $R$ 、 $L$ 矩阵参数,通过添加或修改支路对网络方程的贡献,不仅可以非常便捷地直接形成变压器的正常状态和内部故障数学模型,而且可以计算变压器任意的内外部短路故障。

e. 本文只是对新型换流变压器的线性模型进行了建模及故障计算,考虑换流变压器铁芯饱和是笔者下一步要研究的工作。

## 参考文献:

[1] LUO Longfu, LI Yong, XU Jiazhu, et al. A new converter transformer and a corresponding inductive filtering method for HVDC transmission system[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2008, 23(3):1426-1431.  
 [2] LI Yong, LUO Longfu, REHTANZ C, et al. Study on characteris-

tic parameters of a new converter transformer for HVDC systems [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2008, 24(4):2125-2131.  
 [3] 李勇, 罗隆福, 刘福生, 等. 变压器感应滤波技术的发展现状与应用前景[J]. 电工技术学报, 2009, 24(3):86-92.  
 LI Yong, LUO Longfu, LIU Fusheng, et al. Application foreground of transformer inductive filtering technology[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(3):86-92.  
 [4] 许加柱, 罗隆福, 李勇, 等. 采用新型换流变压器及其滤波系统对换相失败的影响[J]. 电力自动化设备, 2008, 28(2):10-14.  
 XU Jiazhu, LUO Longfu, LI Yong, et al. Influence of novel converter transformer and its filter system on commutation failure [J]. Electric Power Automation Equipment, 2008, 28(2):10-14.  
 [5] 吴命利, 范瑜. 星形延边三角形接线平衡变压器的阻抗匹配与数学模型[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(11):160-166.  
 WU Mingli, FAN Yu. Impedance matching and mathematical model of wye-prolonged delta connected balance transformer[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(11):160-166.  
 [6] 陆家榆, 陈莉, 丁青青, 等. 星形延边三角形联结平衡变压器运行特性的数学模型[J]. 中国电机工程学报, 1998, 18(5):345-349.  
 LU Jiayu, CHEN Li, DING Qingqing, et al. The mathematical model of operating characteristics of the wye-prolonged delta connected balance transformer[J]. Proceedings of the CSEE, 1998, 18(5):345-349.  
 [7] 罗隆福, 张杰, 李勇, 等. 基于稀疏列表法的新型换流变压器数学模型[J]. 电工技术学报, 2008, 23(4):59-65.  
 LUO Longfu, ZHANG Jie, LI Yong, et al. The new-type converter transformer's mathematical model based on sparse tabular [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2008, 23(4):59-65.  
 [8] 张杰, 罗隆福, 李勇, 等. 基于残量变换法的新型换流变压器短路故障计算[J]. 电力自动化设备, 2008, 28(12):6-15.  
 ZHANG Jie, LUO Longfu, LI Yong, et al. Short-circuit calculation of converter transformer based on remnant conversion[J]. Electric Power Automation Equipment, 2008, 28(12):6-15.  
 [9] BERMAN A, XU W. Analysis of faulted power systems by phase coordinates[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1998, 13(2):587-595.  
 [10] 姜彤, 白雪峰, 郭志忠, 等. 利用矩阵变换求解电力系统短路故障的残压变换法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(23):61-65.  
 JIANG Tong, BAI Xuefeng, GUO Zhizhong, et al. A residual voltage transformation method for short-circuit current calculation with matrix transformation[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(23):61-65.  
 [11] 张伯明, 陈寿孙, 严正. 高等电力网络分析[M]. 2版. 北京:清华大学出版社, 2007:58-71.  
 [12] 黄锐锋, 李琳. 新的基于相分量的变压器模型及其在统一广义双侧消去法中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(7):188-193.  
 HUANG Ruifeng, LI Lin. A novel phase-coordinate transformer model and its application to uniform generalized double-side elimination method[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(7):188-193.  
 [13] 罗隆福, 李勇, 许加柱, 等. 基于相分量法的新型换流变压器数学模型[J]. 电工技术学报, 2007, 22(1):34-40.  
 LUO Longfu, LI Yong, XU Jiazhu, et al. The new-type converter transformer's mathematical model based on phase-coordinate [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2007, 22(1):34-40.

- [14] 程少庚,崔杜武,刘小河. 电网络分析[M]. 北京:机械工业出版社,1993:23-25.
- [15] 苏盛,曾祥君,穆大庆. 基于 ATP 的电磁暂态自动仿真程序[J]. 电力自动化设备,2009,29(2):145-148.  
SU Sheng,ZENG Xiangjun,MU Daqing. Automated electromagnetic transient simulation using ATP[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(2):145-148.
- [16] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2001:78-82.
- [17] BASTARD P,BERTRAND P,MEUNIER M. A transformer model for winding fault studies[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1994,9(2):690-699.
- [18] 王维俭. 电气主设备继电保护原理与应用[M]. 2 版. 北京:中国电力出版社,2002:5-12.
- [19] 王维俭. 大型发电机变压器内部故障分析与继电保护[M]. 北京:中国电力出版社,2006:37-42.

#### 作者简介:

张杰(1978-),男,湖南怀化人,工程师,博士,主要从事直流输电与柔性交流输电方面的研究工作(**E-mail**: zhangjie1@teg.cn);

王卫安(1975-),男,湖南娄底人,高级工程师,博士,主要从事大功率电力电子技术方面的研究工作(**E-mail**: wangwa@teg.cn);

马雅青(1975-),女,湖南醴陵人,工程师,主要从事柔性直流输电方面的研究工作(**E-mail**: mayq@teg.cn)。

## Converter transformer modeling based on additive process and short circuit fault calculation

ZHANG Jie,WANG Weian,MA Yaqing,TANG Jianzhao,REN Tao

(CSR Research Institute of Electricity Technology & Materials Engineering,Zhuzhou 412001,China)

**Abstract:** A digraph of coupled circuit is made for converter transformer,where the transformer is regarded as an electric network containing coupled branches,and based on which,the additive process is applied to directly build the equations of electric network containing coupled branches and the mathematical models of converter transformer in normal condition are thus obtained. For calculating its typical internal and external faults,the mathematical models of converter transformer in the condition of interior fault are obtained by amending the correlative contribution of branches according to the change of nodes and branches. Actual examples validate the correctness of the method of mathematical modeling and fault calculation,which needs less computer memory and has higher computational efficiency,accuracy and versatility. It is suitable for the mathematical modeling of complex multi-winding transformer in normal and interior fault conditions and the calculation of arbitrary internal and external faults.

**Key words:** converter transformer; mathematical models; short circuit fault; electric network analysis; additive process; coupled circuit

(上接第 71 页 continued from page 71)

## Faulty line detection based on instantaneous zero-sequence power for resonant earthed system

LI Bin,SHU Hongchun

(Faculty of Electric Power Engineering,Kunming University of Science and Technology,Kunming 650500,China)

**Abstract:** A composite method of faulty line selection using instantaneous zero-sequence power is proposed for the single-phase-to-ground fault of resonant earthed system,and its steady-state and transient characteristics are analyzed based on the instantaneous power theory. The fault signals after coordinate transformation are used to calculate the instantaneous zero-sequence power of faulty circuit,which is then decomposed to extract its oscillating components. Because the oscillating components of faulty line are different from those of healthy lines,the oscillating components with one,two,four and six times of elementary frequency are picked out and comprehensively analyzed to detect the faulty line. This method integrates the transient and steady-state characteristics of fault and includes the harmonic signals. With clear physical meaning,it adopts multiple complementary criteria and avoids the phase analysis. Its validity is verified by simulation and field test.

**Key words:** instantaneous zero-sequence power; frequency characteristic; resonant earthed system; single-phase-to-ground fault; faulty line detection