# 一种阶跃函数在矩形时间窗口频域特性的分析方法

李 军,万文军,刘志刚

(广东电网公司电力科学研究院,广东 广州 510080)

摘要:傅里叶变换算法受时间窗口因素的影响,容易引起频谱泄漏问题,使非周期信号的频域分析结果出现 误差。运用一种算法较为简单的 LCR 点频滤波器方法分析了影响非周期信号频域分析特性的矩形时间窗口 因素,得出了阶跃信号在矩形时间窗口截断时仅对较窄的低频信号分析结果产生影响的结论。且随时间窗口 的长度的增加,受影响的信号越少。利用所提分析方法对某惯性环节的幅频特性进行了仿真分析,与理论幅 频特性的分析结果非常接近。所提方法还成功辨识出了某锅炉二级过热汽温控制对象的频域特性。

关键词: 傅里叶变换; 阶跃信号; 频域分析; LCR 点频滤波器; 矩形时间窗口

中图分类号: TP 13 文献标识码: A

#### 0 引言

现代控制工程实践中,除了各种的控制策略与控制算法等方面的研究<sup>[1-11]</sup>之外,系统信号分析方法的研究也是一项永恒的课题。非周期信号的频域分析有着广泛的应用范围,但一般都需要进行时间上的截短处理,形成了时间窗口,其中矩形时间窗口是一种应用较多的时间截短形式。但矩形时间窗口也存在一些问题,许多的工业过程信号都具有非周期且终值不为零的特点,如果简单地采用矩形时间窗口截短处理,将会造成频谱泄漏问题,严重影响频域分析结果。

实践表明,获取时间截短信号真实的频域特性是 一个相当复杂的问题<sup>[12]</sup>。为了解决这些问题,信号 频域的分析计算方法也更加复杂。

# 1 窗口傅里叶变换的局限性

阶跃信号是系统时域分析中普遍采用的一种激励信号,同时阶跃信号也是一种系统频域分析的理想频率信号激励源<sup>[14]</sup>。但遗憾的是,阶跃信号却不能够进行窗口傅里叶变换,原因分析如下。

对阶跃信号进行窗口傅里叶变换,也就是将阶跃 信号在时间上截短为矩形时间窗口的长度 T,形成一 个长度为 T 的矩形脉冲信号。对矩形脉冲信号进 行窗口傅里叶变换,得到的单边幅频谱 | X<sub>w-F</sub>(jω) | 分 布特性如图 1 所示。

图 1 给出了矩形脉冲信号在频域的连续幅频谱 分布特性,其由 1 个主波瓣和多个副波瓣构成,这种 特性与阶跃信号真实的频域特性相差甚远。可见, 对阶跃信号不能够进行窗口傅里叶变换。同理,非 周期和终值不为零的工业过程信号也不能够进行窗 口傅里叶变换,这是窗口傅里叶变换的局限性。 DOI: 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.11.020



图 1 矩形脉冲信号窗口傅里叶变换结果 Fig.1 DFFT results of rectangular pulse signal

# 2 阶跃函数在矩形时间窗口的频域新特性

如果采用点频滤波器方法检测阶跃信号在矩形 时间窗口截短后的频域特性,则会得到一种完全不同 于窗口傅里叶变换结果的新特性,这是阶跃函数在矩 形时间窗口的频域新特性。

#### 2.1 点频滤波器方法

文献[13-15]提出了一种用点频滤波器获取信 号频率谱分布特性的算法,该算法的重要性在于发 展了频率特性响应实验方法。这种算法相对傅里叶 变换算法而言,编程较为简单和可靠。点频滤波器算 法的核心思想如下:采用频率带宽无限趋于零的 *LCR*带通滤波器,可得到点频滤波特性。信号通过该 滤波器后,只有频率  $\omega = \omega_{o}$ 的信号才能通过滤波器, 且其幅值不衰减,其他频率  $\omega \neq \omega_{o}$ 的信号的幅值均 衰减为 0。

点频滤波器是以 LCR 带通滤波器为基础的,典型的 LCR 带通滤波器的电路如图 2 所示。

图 2 中 X(s)、Y(s)分别为 LCR 带通滤波器电路 输入、输出信号的 Laplace 形式,可以用式(1)所示传 递函数表述两者之间的关系。



图 2 LCR 带通滤波器示意图 Fig.2 Schematic diagram of LCR bandpass filter

收稿日期:2012-12-06;修回日期:2013-09-13

$$G_{\rm f}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{RT_{\rm I}s}{T_{\rm I}T_{\rm D}s^2 + RT_{\rm I}s + 1}$$
(1)

其中,R为电阻( $\Omega$ ); $T_1$ 为积分常数(s); $T_D$ 为微分 常数(s)。为方便分析,令 $T_1=T_D=T_o$ ,则式(1)转换为 式(2):

$$G_{\rm f}(s) = \frac{RT_{\rm o}s}{T_{\rm o}^2 s^2 + RT_{\rm o}s + 1}$$
(2)

令  $\omega_0 = 1 / T_0, \omega_0$  为 *LCR* 带通滤波器的中心频 率,则式(2)可转换为式(3):

$$G_{\rm f}(s) = \frac{R\omega_{\rm o}s}{s^2 + R\omega_{\rm o}s + \omega_{\rm o}^2} \tag{3}$$

当式(3)中的 R 取值为正且无限趋于 0 时,则得 到理想点频滤波器,如式(4)所示:

$$G_{\rm f}(s) = \frac{R\omega_{\rm o}s}{s^2 + \omega_{\rm o}^2} \quad R \to 0 \tag{4}$$

其中,ω。也称为点频滤波器的点频率。

#### 2.2 阶跃信号的频域特性

单位阶跃信号的频域函数可表示为式(5):

$$F[\mu(t)] = \begin{cases} \pi \delta(\omega) & \omega = 0\\ 1/(j\omega) & \omega \neq 0 \end{cases}$$
(5)

其中,阶跃信号 $\mu(t)$ 幅值为1; $\delta(\omega)$ 为单位冲激函数, 代表阶跃信号中的直流成分; $\omega$ 为频率(rad/s)。

式(5)说明阶跃信号是由无数个连续频率的正 弦波或初始相位为–90°的余弦波信号叠加而成<sup>[14]</sup>, 阶跃信号在频域的幅频谱分布特性如图 3 所示,纵 轴  $A = |X_{W-P}(j\omega)| / |X_{W-P}[i\pi/(2T)]|_o$ 



图 3 阶跃信号频域幅频谱示意图

Fig.3 Amplitude-frequency spectrum of step signal in frequency domain

#### 2.3 点频滤波器方法的阶跃响应特性

如果以幅值为1的阶跃信号激励式(4)给出的 点频滤波器,则得到式(6):

$$Y_{\rm f}(t) = R\sin(\omega_{\rm o}t) \tag{6}$$

式(6)表明:在阶跃信号激励下,点频滤波器输出  $Y_f(t)$ 为点频率  $\omega_o$ 的等峰值正弦波信号,而且在任意点频率的正弦波信号峰值均相同,且不随时间衰减。如果令式(6)中的 R 为式(7),则得到式(8)。

$$R = \Delta B / \omega_{o} \tag{7}$$

$$Y_{\rm f}(t) = \frac{\Delta B}{\omega_{\rm o}} \sin(\omega_{\rm o} t) \tag{8}$$

其中,ΔB为点频滤波器的频率带宽<sup>[15]</sup>。由式(8)知, 点频滤波器的频率带宽为常数(如 10<sup>-6</sup> rad/s)时,则 点频滤波器输出正弦波信号的峰值就能够反映阶 跃信号在频域的幅频谱分布特性。通过检测点频滤 波器输出正弦波信号的峰值,就能够得到阶跃信号 在频域的幅频谱分布特性。这也是点频滤波器方法 能够用于非周期信号频域特性分析的基本原理。

#### 2.4 阶跃函数被矩形时间窗口截短后的频域特性

由上文分析可知,在阶跃信号激励下,点频滤波 器方法通过检测正弦波信号的峰值来得到阶跃信号 在频域的幅频谱分布特性。但实际信号的时间长度 总是有限的,阶跃信号被矩形时间窗口截短后的频域 幅频谱特性分析如下。

准确检测正弦波信号的峰值至少需要提供 1/4 周期的正弦波信号,以 1/2 周期的正弦波信号进行说 明,如图 4 所示。



图 4 中, *T* 为矩形时间窗口长度, *T*<sub>ω1</sub>、*T*<sub>ω2</sub> 分别为 正弦波信号 1、2 的周期; *Y*<sub>1-M</sub> 为正弦波信号 1 的峰 值, *Y*<sub>2-M</sub> 为正弦波信号 2 的峰值, *Y*<sub>2-end</sub> 为正弦波信号 2 在矩形时间窗口截止时刻 *T* 的过程值。图 4 说 明, 如果正弦波信号周期的 1/4 小于等于矩形时间 窗口长度 *T*, 就能够准确检测到正弦波信号的峰值, 否则检测得到的信号值为正弦波信号在矩形时间窗 口截止时刻 *T* 的过程值, 数量上小于信号的峰值, 并 且随着频率的降低收敛于一个稳定终值。用正弦波 信号峰值来表达幅频谱,则采用点频滤波器方法得到 的幅频谱为式(9)。

$$|X_{W-P}(j\omega)| = \begin{vmatrix} \frac{\Delta B}{\omega_{o}} & \omega_{o} > \frac{\pi}{2T} \\ \Delta B \frac{2T}{\pi} & \omega_{o} = \frac{\pi}{2T} \\ \frac{\Delta B}{\omega_{o}} \sin(\omega_{o}T) & \omega_{o} < \frac{\pi}{2T} \\ \Delta B T & \omega_{o} \to 0 \end{vmatrix}$$
(9)

根据式(9)数学计算结果,幅频谱 $|X_{W-P}(j\omega)|$ 分 布特性如图 3 所示。分析图 3 可知,对于长度为 T 的 矩形时间窗口,在频率大于等于  $\pi/(2T)$ 时,阶跃信 号被矩形时间窗口截短后的频域幅频谱分布特性与 阶跃信号完全相同;反之,在频率小于  $\pi/(2T)$ 时, 频域幅频谱收敛于一个稳定终值(比值 A 收敛于稳 定终值 0.5π),这就是阶跃函数在矩形时间窗口的 频域新特性。

图 3 所示结果的意义还在于给出了点频滤波器 方法在矩形时间窗口的最小分析频率的下限  $\omega_{\min}$ ,数 值上  $\omega_{\min} = \pi/(2T)$ ,可见矩形时间窗口仅对分析频率 范围的下限产生影响。

#### 3 点频滤波器输出信号的过程分析

点频滤波器方法具有良好的信号频域分析特性,同时解决了傅里叶变换算法不能进行信号过程分 析的局限性。

#### 3.1 点频滤波器内在机理

相对而言,傅里叶变换属于一种数学计算方法, 点频滤波器方法则属于一种频率特性响应实验方法。 点频滤波器的本质为无源 LCR 振荡器,当其回路的 R 无穷小,便得到了式(4)给出的理想点频滤波器,相 当于在无源 LCR 振荡器回路中的能量衰减也无穷 小。基于简单的原理,在输入阶跃信号的激励下,得 到了输出振荡幅值永不衰减的正弦波信号。

#### 3.2 实际点频滤波器

实际上,无源 LCR 振荡器回路的 R 值不可能趋 于无穷小,但可以给出一个有限小值,这样得到的就 是实际点频滤波器。与理想点频滤波器所不同的是, 在输入阶跃信号的激励下,实际点频滤波器得到输 出振荡幅值随时间逐渐衰减的正弦波信号,但当输 出振荡幅值随时间的衰减率小到一定程度时就足够 满足实际频谱计算的需求了。实际点频滤波器也就 是 LCR 带通滤波器的本身,即式(3),对式(3)进行 Laplace 反变换得到式(10):

$$Y_{\rm f}(t) = \frac{R}{\sqrt{1 - R^2/4}} e^{-\frac{R\omega_{\rm o}}{2}t} \sin(\omega_{\rm o}t\sqrt{1 - R^2/4}) \quad (10)$$

对式(10)进行简化,首先令  $R = \Delta B / \omega_{o}$ ,得到式 (11)—(13)。

$$r(\omega) = \sqrt{1 - R^2/4} = \sqrt{\omega_o^2 - (\Delta B)^2/4} / \omega_o \qquad (11)$$

$$r(t) = e^{-\frac{R\omega_o}{2}t} = e^{-\frac{\Delta B}{2}t}$$
(12)

$$Y_{\rm f}(t) = \frac{\Delta B}{\omega} \frac{r(t)}{r(\omega)} \sin[\omega_0 t r(\omega)]$$
(13)

式(11)为正弦波频率修正项,式(12)为正弦波幅 值衰减项,式(13)为实际点频滤波器简化式。

#### 3.3 信号过程仿真

设置频率带宽  $\Delta B = 10^{-6} \text{ rad/s}$ ,在时间长度 t = 1000 s 截止时刻计算得到: $r(t) = 0.9995 \approx 1$ , $r(\omega) = 0.99995 \approx 1$ 。可见在时间 t 有限和频率带宽  $\Delta B$  取值 较小时,r(t)、 $r(\omega)$ 在数值上近似为 1,可认为正弦波 幅值无衰减和频率无偏差。可理解为,在有限的时间 内,实际点频滤波器可近似为理想点频滤波器,这种

近似产生的幅值和频率的误差可以忽略。点频率为 0.01 rad/s 和 0.02 rad/s 时,实际点频滤波器输出信 号仿真结果如图 5 所示。



Fig.5 Output signal of actual point frequency filter

由图 5 可见, 点频率为 0.02 rad/s 输出信号的 幅值是点频率为 0.01 rad/s 时的 1/2, 完全符合式 (13)的理论定义。因此, 可用点频滤波器输出正弦 波信号的峰值表达幅频谱, 在一定的频率范围内(如 0.0001~0.1 rad/s), 按一定的频率间隔(如 0.00001 rad/s)连续调整点频滤波器的点频率,即可获得阶跃 信号在该频率范围内的频谱分布。工业对象或系统 的阶跃输入、阶跃响应输出信号通过这种方法可以获 得相应信号的频谱分布。

#### 4 非周期过程信号的频域分析

许多的工业过程信号都具有非周期且终值不为 零的特点,所述的阶跃函数在矩形时间窗口的频域新 特性实际上解释了点频滤波器方法适用于这些信号 的频域分析<sup>[13-15]</sup>的原因,较理想地解决了这些信号被 矩形时间窗口截短带来的频谱泄漏问题,仅是信号分 析频率范围的下限受到矩形时间窗口长度的限制。

#### 4.1 一阶惯性环节

大多数的工业过程对象都具有类似低通滤波器的特性,为了分析方便,多采用惯性环节来近似过程 对象的特性,其中以一阶惯性环节为基本环节,表示 为式(14):

$$G_{a}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_{a}}{T_{a}s + 1}$$
(14)

其中,*K*<sub>a</sub>为环节的比例增益,*T*<sub>a</sub>为环节的惯性常数。 4.2 一阶惯性环节阶跃响应过程信号的频域幅频谱 特性

用幅值为1的阶跃信号激励一阶惯性环节,然 后用一阶惯性环节的过程信号激励点频滤波器,则 得到的点频滤波器过程响应为式(15):

$$Y_{\rm f}(t) = \frac{\Delta B}{\omega_{\rm o}} \frac{K_{\rm a} T_{\rm a} \omega_{\rm o}}{1 + T_{\rm a}^2 \omega_{\rm o}^2} e^{-\frac{t}{T_{\rm a}}} + \frac{\Delta B}{\omega_{\rm o}} \frac{K_{\rm a}}{\sqrt{1 + T_{\rm a}^2 \omega_{\rm o}^2}} \sin[\omega_{\rm o} t - \arctan(\omega_{\rm o} T_{\rm a})] (15)$$

式(15)中包含了暂态分量和稳态分量,其中稳态分量代表了过程信号在频域的幅频谱,也包含了初相位信息;而暂态分量随时间逐渐衰减,阶跃响应过程趋于稳定,则暂态分量趋于零。因此在阶跃响应

过程趋于稳定后,可进行矩形时间窗口截短。在矩 形时间窗口内,通过点频滤波器获取过程信号在频域 的幅频谱分布特性。

式(15)还说明,暂态分量还与点频率 $\omega_o$ 有关, 当一阶惯性环节的 $\omega_o$ 为低通截止频率 $\omega_a=1/T_a$ 时, 暂态分量值最大,因此当 $\omega_o \ll \omega_a$ 时,可以忽略暂态 分量的影响。

过程信号分析频率范围的下限仍可确定为 $\omega_{nin}$ =  $\pi/(2T)$ ,原因是分析频率为 $\omega_{nin}$ 时,通常初相位值  $\arctan(\omega_o T_a)$ 较小,可以忽略。

本文对一个具体一阶惯性环节的单位阶跃响应 过程信号进行频域幅频谱分析实验,确定一阶惯性 环节传递函数为式(16),式(16)的单位阶跃响应过 程如图 6 所示。



Fig.6 Response of first-order inertia section to step change

由图 6 可见,一阶惯性环节的阶跃响应过程在 300 s 后已趋于稳定,因此将过程信号截短至 300 s,采 用频率带宽为 10<sup>-6</sup> rad/s 的实际点频滤波器,检测 该过程信号的频域幅频谱 $|X_{a-P}(j\omega)|$ ,分析频率范围 为 0.0001~0.05 rad/s,分析频率间隔 0.00005 rad/s, 得到检测结果见图 7, $A_a = |X_{a-P}(j\omega)|/|X_{a-P}(j\pi/600)|$ 。



图 7 过程信号频域幅频谱分布特性

Fig.7 Distribution of process signal amplitude-frequency spectrum in frequency domain

由图 7 可见,在频率 ω≥π/600 rad·s<sup>-1</sup>后,过程 信号的频域幅频谱分布特性实验曲线与理论特性曲 线几乎完全重合,幅频谱相对误差在±0.6% 范围内。

#### 5 频率特性分析系统

典型的频率特性分析系统如图 8 所示。在阶跃 信号激励下,通过 2 个频率谱分析单元分别获得对象 输入端信号和输出端信号的频域频率谱,然后在频域



图 8 频率特性分析系统示意图 Fig.8 Schematic diagram of frequency characteristic analysis system

中比较输出和输入频率谱的幅值和相位,即可获得对 象的频率特性。为了考察频率特性分析系统的抗干 扰特性,在对象输出端加入噪声干扰信号。

#### 6 增强激励信号频域幅频谱的方法

实际的过程信号普遍受到各种干扰信号的影响,为了提高过程系统频率特性的分析质量,需要研究有效提高信噪比的方法。简单的方法就是提高激励信号的幅度,因为信噪比正比于激励信号的幅度。 另外在保证一定分析精度的前提下尽量缩短矩形时间窗口截短长度,原因在于激励信号在频域的幅频谱 不随时间变化,矩形时间窗口截短长度越小则受到的 干扰能量也越小,获得的信噪比也越高。另外也可以 采用其他形式的激励信号,本文建议采用一种双阶跃 激励信号,可以较大幅度地提高激励信号的频域幅频 谱,分析如下。

2 个阶跃信号的合成简称为双阶跃信号,首先 输出一个幅值为1的负向阶跃信号,经过一定延时τ 后,再输出一个幅值为2的正向阶跃信号,其在频域 表示为式(17)。

$$X_{\rm D}(j\omega) = \frac{1}{j\omega} (2e^{-j\omega\tau} - 1) \quad \omega \neq 0 \tag{17}$$

当取延时 τ=31.4s 时,双阶跃信号的过程输出、 频域幅频谱分布特性如图 9 所示。由图 9 可见,相 对阶跃信号,双阶跃信号在频率 0.1 rad/s 处的幅值 增加了 3 倍。



图 9 双阶跃信号过程波形和幅频谱分布特性 Fig.9 Waveform of dual step signal and its amplitude-frequency spectrum distribution

# 7 频率特性分析系统仿真实验

对图 8 给出的频率特性分析系统进行仿真实

Ð

验,确定对象为式(16)给出的一阶惯性环节。选用 白噪声进行干扰,施加噪声干扰强度为激励信号幅 值的 10%,即信噪比为 10:1。矩形时间窗口长度 为 300 s,实际点频滤波器频率带宽为 10<sup>-6</sup> rad/s,分 析频率范围为 0.005~0.09 rad/s,分析频率间隔为 0.0001 rad/s。

#### 7.1 阶跃激励下的分析特性

在阶跃激励下,得到的对象频率特性幅频增益 |G<sub>a</sub>(jω)|分析结果如图 10 所示。由图 10 可见,对 象频率特性幅频增益分析结果的误差较大。



图 10 阶跃激励仿真试验结果图

Fig.10 Results of simulative test for step excitation

#### 7.2 双阶跃激励下的分析特性

采用双阶跃激励信号,负向阶跃到正向阶跃延时 52 s,得到对象频率特性幅频增益 | *G*<sub>a</sub>(*j*ω) | 的分析结 果如图 11 所示。由图 11 可见,双阶跃激励下获得 的对象频率特性幅频增益分析结果相对理想。



#### 7.3 频率特性曲线的平滑处理

由图 10 和图 11 可见,频率特性分析曲线受到干 扰后有较大的波动,一般需要在分析得到的数据基础 上,采用最小二乘拟合算法得到单调和平滑的频率 特性曲线。相对而言,只有好的分析数据才能获得 好的拟合特性。很显然,采用图 11 给出的频率特 性分析数据的拟合特性优于图 10 给出的频率特性 分析数据。

# 8 实际应用

将本文所提方法运用于某发电厂的1号660MW 机组锅炉过热汽温调节系统频率特性的离线分析, 实际对象阶跃响应试验结果如图12所示。

由于实际过程信号中几乎没有干扰,因此在离线 数据截止后进行了时间延拓,以便获得较低的分析频



图 12 过热汽温控制系统的 510 MW 负荷阶跃响应图

Fig.12 Response of superheated steam temperature control system to 510 MW load step change

率下限。而在干扰较大时不适合进行时间延拓,原 因在于时间延拓将会造成干扰信号频谱泄漏,影响 分析结果。

图 13 为过热器出口温度信号的频域幅频谱与 阀位指令信号的频域幅频谱相比较得到的幅频特 性 $|G_{o}(j\omega)|$ ,实际点频滤波器频率带宽为 10<sup>-6</sup> rad/s, 分析频率范围为 0.001~0.06 rad/s,分析频率间隔为 0.0001 rad/s。



图 13 过热器出口温度相对阀位指令的幅频特性

Fig.13 Amplitude-frequency characteristic of superheater outlet temperature relative to valve level

图 14 为喷水后汽温信号的频域幅频谱与阀位 指令信号的频域幅频谱相比较得到的幅频特性 |G<sub>e</sub>(jω)|,实际点频滤波器频率带宽为 10<sup>-6</sup> rad/s,分 析频率范围为 0.001~0.06 rad/s,分析频率间隔为 0.0001 rad/s。



图 14 喷水后汽温相对阀位指令的幅频特性

Fig.14 Amplitude-frequency characteristic of sprayed steam temperature relative to valve level

由图13 和图 14 可见,得到的幅频特性曲线是单 调下降的,基本符合高阶对象的频率特性。根据所分 析出的频率特性,还可继续分析出该对象的频率特性 和近似数学模型,但限于篇幅,不再详细讨论。

# 9 结语

分析了阶跃函数被矩形时间窗口截短后的2种 频域特性,其中采用窗口傅里叶变换存在严重的频谱 泄漏问题,变换结果已无法真实反映阶跃函数的频域 特性;而采用点频滤波器方法较理想地解决了矩形时 间窗口截短后的频谱泄漏问题,分析的结果比较真实 地反映了阶跃函数的频域特性。理论分析、仿真实 验、实际应用效果验证了本文提出的阶跃函数在矩形 时间窗口频域新特性的存在和点频滤波器方法的正 确性和有效性。本文所提方法将在信号的处理和分 析上具有重要的实际应用价值。

#### 参考文献:

[1] 周华伟,温旭辉,赵峰,等.一种具有预测功能的抗积分饱和 PI 速度控制器[J]. 电机与控制学报,2012(3):15-21.

ZHOU Huawei, WEN Xuhui, ZHAO Feng, et al. Predicative antiwindup strategy for PI-type speed controller [J]. Electric Machines and Control, 2012(3): 15-21.

[2] 霍群海,李东,韦统振. 基于 IPI 控制策略的 APF 控制[J]. 电力 自动化设备,2012,32(12):43-47.

HUO Qunhai,LI Dong,WEI Tongzhen. IPI control strategy for APF[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(12): 43-47.

[3] 梁利华,陈国民,张松涛.非线性耦合系统的自适应蚁群滑模控制[J]. 电机与控制学报,2011(12):67-72.

LIANG Lihua, CHEN Guomin, ZHANG Songtao. Adaptive ant colony sliding mode control for nonlinear coupling systems [J]. Electric Machines and Control, 2011(12):67-72.

[4] 李军. 基于改进微分环节的控制策略的研究及其应用[J]. 热力发电,2010(8):72-75.

LI Jun. Study of new TTPE control strategy based on improved differential link and application[J]. Thermal Power Generation, 2010(8):72-75.

[5] 王志杰,王广军,陈红.基于逆模型的火电机组自适应解耦控制[J].中国电机工程学报,2011,31(29):118-123.

WANG Zhijie, WANG Guangjun, CHEN Hong. Adaptive decoupling control for thermal power unit based on inverse model[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(29):118-123.

- [6] 伍家驹,孙红艳,刘斌,等. 基于 CIGRE HVDC 控制器的 PI 参数 可视化整定方法[J]. 电力自动化设备,2012,32(10):115-126.
  WU Jiaju,SUN Hongyan,LIU Bin,et al. Visualized tuning of PI parameters for CIGRE HVDC controller[J]. Electric Power Automation Equipment,2012,32(10):115-126.
- [7] 尹正男,苏剑波,高秀行. 保证闭环系统鲁棒稳定性的干扰观测器系统性设计方法[J]. 自动化学报,2012,38(1):12-22.
  YIN Zhengnan,SU Jianbo,GAO Xiuxing. Systematic design method of disturbance observer guaranteeing closed-loop system's robust stability[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(1):12-22.
- [8] 龙文,梁昔明,龙祖强,等. 基于蚁群算法和 LSSVM 的锅炉燃烧 优化预测控制[J]. 电力自动化设备,2011,31(11):89-93.
  LONG Wen,LIANG Ximing,LONG Zuqiang,et al. Predictive control based on LSSVM and ACO for boiler combustion optimization [J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31 (11):89-93.

[9] 李健,刘允刚. 一类不确定热方程自适应边界控制[J]. 自动化学 报,2012,38(3):469-472.

LI Jian,LIU Yungang. Adaptive boundary control for a class of uncertain heat equations[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(3): 469-472.

[10] 吴瑶,罗雄麟. 多率系统 Kalman 滤波算法的鲁棒性分析[J]. 自动化学报,2012,38(2):156-174.

WU Yao,LUO Xionglin. Robustness analysis of Kalman filtering algorithm for multirate systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2012,38(2):156-174.

- [11] 楼冠男,谭文,郑勤玲. 汽包锅炉单元机组协调系统的线性自抗 抗控制[J]. 中国电机工程学报,2011,31(23):94-100.
  LOU Guannan,TAN Wen,ZHENG Qinling. Linear active disturbance rejection control for the coordinated system of drum boiler-turbine units[J]. Proceedings of the CSEE,2011,31(23): 94-100.
- [12] 罗传翼,程桂芬,付家才. 控制工程与信号处理[M]. 北京:化学 工业出版社,2004:46-48.
- [13] 李军,万文军,刘志刚. 一种点频滤波方法、装置及其系统:中国,CN102386888A[P]. 2011-09-28.
- [14] 李军,万文军,张曦. 一种基于阶跃响应的理想频率信号源及频域分析的研究[J]. 动力工程学报,2012,32(4):308-314.
  LI Jun,WAN Wenjun,ZHANG Xi. Study on ideal frequency signal source based on step response and its utility in frequency domain analysis [J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering,2012,32(4):308-314.
- [15] 李军,万文军,刘志刚,等. 一种基于时域响应的控制系统频率 特性分析方法[J]. 中国电机工程学报,2012,32(29):116-122.
  LI Jun,WAN Wenjun,LIU Zhigang, et al. A method of frequency domain analysis for control system based on process response in time domain[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32 (29):116-122.
- [16] 李军,万文军,张曦. 基于非线性滤波环节的新型鲁棒 PID 控制 策略的研究[J]. 动力工程学报,2013,33(2):117-122.
  LI Jun,WAN Wenjun,ZHANG Xi. Study on novel robust PID control strategy based on non-linear filtering[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering,2013,33(2):117-122.

[17] 曾成,赵锡均. 改进量子遗传算法在 PID 参数整定中应用[J]. 电 力自动化设备,2009,29(10):125-127,139.
ZENG Cheng,ZHAO Xijun. Application of improved quantum genetic algorithm in PID parameter tuning[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(10):125-127,139.

#### 作者简介:

李 军(1962-), 男, 湖北应城人, 工程师, 长期从事计算 机控制与通信等试验研究工作(**E-mail**:lijun\_87389@163.com);

万文军(1974-),男,江西南昌人,高级工程师,博士,主要 从事火电厂热工控制方面的试验和科研工作;

刘志刚(1971-),男,湖南益阳人,高级工程师,硕士,主要从事火电厂热工控制方面的技术研究和服务、项目管理工作。 (下转第122页 continued on page 122)

16

- [22] BLUDSZUWEIT H, DOMINGUEZ-NAVARRO J A, LLOMBART A. Statistical analysis of wind power forecast error[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3):983-991.
- [23] 孟祥星,王宏. 大规模风电并网条件下的电力系统调度[J]. 东 北电力大学学报,2009,29(1):1-7.

MENG Xiangxing, WANG Hong. Electric system scheduling in the condition of synchronization of large-scale wind power[J]. Journal of Northeast Dianli University, 2009, 29(1):1-7.

[24] 李筠,祝勇. 数据处理的 Beta 分布拟合法[J]. 仪器仪表学报, 2004,25(4):762-763.

LI Yun, ZHU Yong. Analysis of beta distribution in data pro-

cessing[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25
(4):762-763.

#### 作者简介:

南晓强(1985-),男,山西灵石人,博士研究生,主要从事 电力系统稳定性、新能源发电及并网技术方向的研究(E-mail: nanxiaoqiang6@163.com);

李群湛(1957-),男,河北元氏人,教授,博士研究生导师,主要从事供电理论、电能质量与控制等方面的教学与研究工作。

# Energy storage power and capacity allocation based on wind power forecasting error distribution

NAN Xiaoqiang, LI Qunzhan

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Since the normal distribution or Laplace distribution could not fit the forecasting error of wind power properly, the partitioned fitting method is applied, which partitions the error, adopts the  $\beta$  distribution to fit it for each section and calculates the distribution function of forecasting error covering the whole region by weighted summation. With the consideration of forecasting error distribution, a mathematic model of wind farm energy storage capacity is built, in which, the energy storage capacity is represented by the function of capacity deficiency. The relationship among energy storage capacity, error cumulative distribution function and charging state are introduced. An index is proposed for evaluating the system capacity shortage, with which the effect of energy storage capacity optimization is compared. Results of case analysis show that, the power fluctuation caused by the wind power forecasting error is restrained in a certain probability level and the requirement for energy storage system is mitigated.

**Key words**: wind farms; partitioned fitting;  $\beta$  distribution; forecasting; errors; evaluation index; energy storage

(上接第 116 页 continued from page 116)

# Method for analyzing frequency-domain characteristics of step function in rectangular time window

LI Jun, WAN Wenjun, LIU Zhigang

(Electric Power Research Institute of Guangdong Power Grid Company, Guangzhou 510080, China)

**Abstract**: The time window factor may easily influence Fourier transform algorithm in the frequency-domain analysis of nonperiodic signal, resulting in spectrum leakage. A method based on *LCR* point frequency filter with simpler algorithm is applied to analyze the rectangular time window factor and the conclusion is that, only a narrow low-frequency part of step signal is affected and the affected part decreases along with the increase of time window length. The amplitude-frequency characteristic of an inertial section is analyzed with the proposed method and its result is very close to that of theoretic amplitude-frequency characteristic analysis. The frequency-domain characteristics of an object in the second-stage superheated steam temperature control of boiler are identified by the proposed method.

**Key words**: Fourier transform; step signal; frequency-domain analysis; *LCR* point frequency filter; rectangular time window

122