

# 联合采用下偏差和信息熵描述风险的动态购电策略

王 辉<sup>1</sup>, 尚金成<sup>2</sup>, 文福拴<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027; 2. 河南电网电力交易中心, 河南 郑州 450052)

**摘要:** 考虑到购电风险的根源在于不确定性, 提出基于下偏差-信息熵的联合风险度量指标, 其中下偏差衡量损失发生的可能性和损失的大小, 信息熵衡量损失的不确定性。在机会约束规划的框架下, 构造供电公司在多个市场购电的动态组合优化模型, 将实际收益不小于给定目标收益约束在一定置信水平下, 这样在风险最小化的同时把收益约束在可接受的水平。采用粒子群优化算法求解所发展的优化问题。仿真结果表明, 所提出的方法能够更加全面和准确地度量购电组合风险, 供电公司的目标收益和多个市场电价的不确定性程度都会影响其购电决策。

**关键词:** 电力市场; 动态购电策略; 风险; 下偏差; 信息熵; 优化; 模型

**中图分类号:** TM 73; F 123.9

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1006-6047.2013.12.009

## 0 引言

在输配分开的电力市场环境, 供电公司负责从多个电力市场购电并向服务区内的终端用户提供电力服务<sup>[1]</sup>。在世界上很多国家, 对终端用户的销售电价都受到政府严格管制, 供电公司只能通过优化在多个电力市场中的购电策略来使得公司收益最大化。在此过程中, 供电公司不可避免地面临着负荷需求的不确定性和各个市场购电价波动等带来的风险。因此, 如何制定最优购电策略, 在保证给服务区内用户可靠供电的前提下, 规避相关风险、最大化收益是供电公司需要研究的重要问题。

到目前为止, 对电力市场环境下购电风险评估问题, 已经提出了方差、半方差、半绝对离差、风险价值 VaR (Value-at-Risk)、条件风险价值 CVaR (Conditional Value-at-Risk) 等指标<sup>[1-13]</sup>。然而, 这些指标大都是以假定风险的本质是损失出现的可能性为基础的, 而实际上风险是由不确定性因素导致的价值损失, 即风险的根源是状态的不确定性<sup>[14]</sup>。因此, 一个好的风险评估指标必须能够衡量系统状态的不确定性。

就供电公司的购电组合优化问题, 国内外已经有学者进行了研究工作<sup>[1-13]</sup>, 构造了一些优化模型: 综合考虑最大化收益与规避风险以获取最大效用的优化模型; 收益最大和风险最小的双目标优化模型; 在一定的收益水平约束下, 使风险最小的优化模型; 在一定的风险水平约束下, 使收益最大的优化模型。现有这方面的研究大多只针对单阶段购电决策问题, 没有体现出供电公司购电决策的动态特征。事实上, 供电公司的购电决策是连续、动态的过程, 其面

对的不同市场的时间跨度也不同, 这样上一阶段的购电决策会影响到下一阶段的决策, 进而影响收益<sup>[2]</sup>。因此, 供电公司面临动态购电风险。就供电公司的动态购电风险方面, 已经有些研究报道, 例如文献<sup>[2]</sup>构建了计及偏度的供电公司动态购电组合模型, 但对风险的度量不够全面。

在上述背景下, 本文提出采用下偏差指标衡量单侧风险, 即把实际收益低于目标收益的部分作为风险计入。然而, 下偏差指标并没有计及损失的不确定性; 为了弥补这一不足, 并考虑到信息熵是系统状态不确定性的一种度量<sup>[15]</sup>, 在此引入信息熵来度量损失的不确定性。采用下偏差-信息熵来描述风险更加准确和全面。利用下偏差-信息熵作为供电公司购电组合风险的度量指标, 目前尚未见有文献报道。

本文首先采用下偏差-信息熵来度量供电公司的购电组合风险, 以此为基础在机会约束规划的框架下建立供电公司在多个市场的动态购电组合优化及风险评估模型, 将实际收益不小于给定目标收益约束在一定置信水平下, 这样在风险最小化的同时把收益约束在可接受的水平。之后, 采用粒子群优化算法求解所建立的机会约束规划模型, 以确定供电公司从现货市场、双边合同市场和期权市场中的购电比例。最后, 用算例对所发展的模型和方法进行了说明。

## 1 购电组合风险度量指标概述

### 1.1 信息熵的基本概念

信息熵是 Shannon 在 1948 年提出的, 其把通信过程中信号的不确定性称为信息熵, 把源于热力学中的熵的概念拓展到了信息领域中<sup>[15]</sup>。

给定离散型随机变量集合  $Z$ , 其中事件  $z_i (z_i \in Z, i = 1, 2, \dots, n)$  发生的概率为  $p_i$ , 则该离散随机变量集合  $Z$  的信息熵表达式为<sup>[15]</sup>:

收稿日期: 2013-01-09; 修回日期: 2013-10-09  
基金项目: 河南省电力公司科研项目 (H20113541)  
Project supported by the Program of Henan Electric Power Corporation (H20113541)

$$H(Z) = - \sum_{i=1}^n (p_i \ln p_i) \quad (1)$$

其中,  $0 \leq p_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ , 且当  $p_i = 0$  时, 定义  $p_i \ln p_i = 0$ 。

对于连续型随机变量  $Y$ , 假定其概率密度函数为  $f(y)$ , 则连续型概率事件的信息熵表达式为:

$$H(Y) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) \ln f(y) dy \quad (2)$$

其中,  $y$  为任意实数。

## 1.2 风险度量指标综合分析

风险是指未来结果的不确定性或者损失。广义上, 风险包括损失发生的可能性、损失的大小、损失大小的不确定性<sup>[16]</sup>。由于负荷需求的不确定性、不同市场的购电价格波动以及销售侧电价严格管制, 供电公司的收益空间存在明显的不确定性, 从而也就有很大的风险。因此, 有必要对供电公司购电组合的风险管理问题进行研究。

常用的度量风险的模型包括 Markowitz 的方差模型、VaR 模型, 以及 CVaR 模型。下文对这几种模型与本文提出的风险度量模型进行综合比较。

方差模型描述了收益偏离其平均值的程度, 其主要有 2 个缺点: 只描述了收益偏离平均值的程度, 而没有描述其偏离的方向, 实际上人们往往关注的是负偏离, 即损失; 不能反映潜在损失的具体数值。

VaR 可以评估资产在一定时期内可能遭受的最大潜在损失, 但其忽略了资产的尾部风险, 这样可能因小概率事件而导致巨额损失, 且 VaR 不具有次可加性和不满足一致性公理。CVaR 弥补了 VaR 的一些不足, 但 CVaR 计算复杂, 对数据要求高<sup>[17]</sup>。

现有风险评估指标都是假定风险是损失出现的可能性和损失的大小, 没有体现出风险的根源在于状态的不确定性。基于下偏差-信息熵的风险度量指标在相当程度上弥补了以上指标的不足, 信息熵度量损失的不确定性、下偏差反映损失的大小和损失的概率; 通过二者的结合, 可以更全面地度量购电组合风险。

## 2 基于下偏差-信息熵的购电组合优化模型

前已述及, 供电公司的购电决策是典型的多阶段动态决策问题。这里采用下偏差-信息熵对供电公司在多个市场的动态购电组合风险进行评估, 并构建多市场多阶段动态购电组合优化模型。

### 2.1 购电市场

假设某供电公司可以从现货市场、双边合同市场和期权市场 3 个市场购电。

期权是指赋予其购买者在规定期限按双方敲定的价格购买或出售一定数量的某种资产的权利。对于供电公司的电力看涨期权, 当电力现货价格高于

敲定价格时, 供电公司执行期权, 以敲定价格购买电力, 从而节省供电公司购电成本; 当现货价格低于敲定价格, 供电公司可不执行期权, 直接从现货市场购买, 但这样就损失了之前为了购买期权而支付的费用<sup>[4]</sup>。

假设该供电公司在上述 3 个市场的购电价格既包括发电上网电价, 又包括电力网络费用。假设该供电公司在第  $t$  个时段, 从现货市场的购电比例为  $x_{t1}$ , 单位购电价为  $P_{t1}$ ; 从双边合同市场的购电比例为  $x_{t2}$ , 单位购电价为  $P_{t2}$ ; 从期权市场的购电比例为  $x_{t3}$ , 单位期权电量的实际购买成本  $P_{t3}$  为:

$$P_{t3} = \min(K_t, P_{t1}) + P_0 \quad (3)$$

其中,  $P_0$  为该时段单位期权的购买费用;  $K_t$  为单位电量的敲定价格。

### 2.2 购电组合收益

假设供电公司的单位售电价格统一为  $S$ , 这样供电公司第  $t$  个时段购售单位电量收益为:

$$W_t = S - (P_{t1}x_{t1} + P_{t2}x_{t2} + P_{t3}x_{t3}) \quad (4)$$

假设现货市场购电价  $P_{t1}$  服从正态分布, 即  $P_{t1} \sim N(\mu_{t1}, \sigma_{t1}^2)$ ; 供电公司在双边合同市场的购电价  $P_{t2}$  由其和发电公司商定, 但考虑到双边合同的时间跨度一般比较长, 协商的电价在合同期间一般会随一次能源市场价格变化而调整, 也可近似认为服从正态分布即  $P_{t2} \sim N(\mu_{t2}, \sigma_{t2}^2)$ 。考虑到双边合同市场的时间跨度较长, 而现货市场覆盖的时间短, 这样可以近似认为  $P_{t1}$  和  $P_{t2}$  是相互独立的。

这样, 在第  $t$  个时段, 供电公司购售单位电量的收益期望值为:

$$E(W_t) = S - [x_{t1}\mu_{t1} + x_{t2}\mu_{t2} + x_{t3}E(P_{t3})] \quad (5)$$

$$E(P_{t3}) = P_0 + \left[ K_t - \int_{-\infty}^{K_t} \Phi\left(\frac{P_{t3} - \mu_{t3}}{\sigma_{t3}}\right) dP_{t3} \right] \quad (6)$$

其中,  $\Phi$  为标准正态分布的分布函数。

在第  $t$  个时段, 供电公司购售单位电量的收益方差为:

$$D(W_t) = x_{t2}^2 D(P_{t2}) + D[x_{t1}P_{t2} + x_{t3}\min(K_t, P_{t1})] = x_{t2}^2 D(P_{t2}) + x_{t1}^2 D(P_{t1}) + x_{t3}^2 D[\min(K_t, P_{t1})] + 2x_{t1}x_{t3}\text{Cov}[P_{t1}, \min(K_t, P_{t1})] \quad (7)$$

$$D[\min(K_t, P_{t1})] = E[\min(K_t, P_{t1})^2] - E[\min(K_t, P_{t1})]^2 \quad (8)$$

$$\text{Cov}[P_{t1}, \min(K_t, P_{t1})] = E[P_{t1}\min(K_t, P_{t1})] - E(P_{t1})E[\min(K_t, P_{t1})] \quad (9)$$

$$E[\min(K_t, P_{t1})^2] = K_t^2 - 2 \int_{-\infty}^{K_t} P_{t1} \Phi\left(\frac{P_{t1} - \mu_{t1}}{\sigma_{t1}}\right) dP_{t1} \quad (10)$$

$$E[P_{t1}\min(K_t, P_{t1})] = \mu_{t1}K_t + \int_{-\infty}^{K_t} (\mu_{t1} - 2P_{t1}) \Phi\left(\frac{P_{t1} - \mu_{t1}}{\sigma_{t1}}\right) dP_{t1} \quad (11)$$

### 2.3 基于下偏差和信息熵的风险度量指标

研究表明, 投资组合的收益函数具有近似正态

分布特征<sup>[8]</sup>。在前述一些相关假设基础上,可近似认为  $W_t$  服从正态分布。假设  $W_t$  的概率密度函数可表示为:

$$f(W_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-(W_t-\mu_t)^2/(2\sigma_t^2)} \quad (12)$$

其中,  $\mu_t$  和  $\sigma_t$  分别为第  $t$  个时段收益的期望值和标准差,它们的值可基于 2.2 节的公式得出。

$W_t$  的分布函数为:

$$F(W_t) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{W_t-\mu_t}{\sigma_t\sqrt{2}}} e^{-t^2} dt \right] \quad (13)$$

误差函数定义为  $f_{er}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ , 故收益的分布函数可简化为:

$$F(W_t) = \frac{1}{2} \left[ 1 + f_{er} \left( \frac{W_t-\mu_t}{\sigma_t\sqrt{2}} \right) \right] \quad (14)$$

前已述及,风险具有 3 个重要组成部分:损失大小、损失概率、损失的不确定性。这里采用单侧风险思想,只将低于预期目标收益的部分计入风险。用下偏差  $|W_t-\tau|_-$  反映损失的大小,其表达式为:

$$|W_t-\tau|_- = \begin{cases} \tau-W_t & W_t < \tau \\ 0 & W_t \geq \tau \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\tau$  为供电公司的预期目标收益。

考虑到损失的概率,以  $E(|W_t-\tau|_-)$ , 即损失的期望值来度量损失的大小比较合理。

然而,下偏差不能反映损失的不确定性。考虑到熵的本质是系统不确定性的度量,这里引入损失的条件分布,用条件分布的熵来度量损失的不确定性。

在第  $t$  个时段,供电公司购电的风险为:

$$R(W_t) = E(|W_t-\tau|_-) (1 + \alpha H(W_t|W_t < \tau)) \quad (16)$$

式(16)表达的含义是供电公司购电风险随着损失  $E(|W_t-\tau|_-)$  的增加而增加;损失的不确定性  $(1 + \alpha H(W_t|W_t < \tau))$  作为风险的整体调节因子,其中  $\alpha$  为调节系数且其值取决于供电公司在计量风险时对损失不确定性的重视程度。 $E(|W_t-\tau|_-)$ 、 $H(W_t|W_t < \tau)$  可用下面的公式求得:

$$E(|W_t-\tau|_-) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau-W_t) f(W_t) dW_t = \left( \tau - \frac{\mu_t}{\sigma_t^2} \right) F(\tau) + \frac{\sigma_t}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\tau-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \quad (17)$$

$$H(W_t|W_t < \tau) = \frac{-\int_{-\infty}^{\tau} f(W_t) \ln f(W_t) dW_t}{F(\tau)} \quad (18)$$

$$\int_{-\infty}^{\tau} f(W_t) \ln f(W_t) dW_t = \int_{-\infty}^{\tau} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \times$$

$$\ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \right) dW_t =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \left\{ \int_{-\infty}^{\tau} \left[ \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} - \frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \right) \right] dW_t \right\} \quad (19)$$

$$\int_{-\infty}^{\tau} \left[ \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \right) dW_t = \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \right) \frac{\sigma_t\sqrt{2\pi}}{2} \left[ f_{er} \left( \frac{\tau-\mu_t}{\sqrt{2}\sigma_t} \right) + 1 \right] \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^{\tau} \left[ \frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2} e^{-\frac{(W_t-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}} \right] dW_t = \sqrt{2}\sigma_t \times \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\frac{\tau-\mu_t}{\sqrt{2}\sigma_t}}{2e^{\left(\frac{\tau-\mu_t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2}} - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left[ 1 - f_{er} \left( \frac{\tau-\mu_t}{\sqrt{2}\sigma_t} \right) \right] \right\} \quad (21)$$

通过式(15)~(21)可求出在第  $t$  个时段基于下偏差-信息熵的供电公司购买单位电量的组合风险。

#### 2.4 用电量模拟

设  $Q_t$  为第  $t$  个时段供电公司负责供电地区的总用电量,其受季节和气候等因素影响,具有较强的周期性。考虑到自回归模型可以突出用电量的自回归特性,因此这里采用一阶线性自回归模型 AR(1) 表示不同时段用电量之间的关系,并用其预测未来用电量<sup>[18-19]</sup>。用电量的一阶线性自回归模型可描述如下:

$$\begin{cases} Q_t = \bar{Q}_w + \Delta Q_t \\ \Delta Q_t = \hat{\phi} \Delta Q_{t-1} + \hat{\sigma} \varepsilon_t \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $Q_t$  为用电量序列;  $\bar{Q}_w$  为一个周期内用电量的均值,这里的周期可以根据电力市场的设置情况和交易的时间跨度酌情确定;  $\Delta Q_t$  为残差序列;  $\hat{\phi}$  为残差序列的自回归系数;  $\hat{\sigma}$  为一个周期内用电量的标准差;  $\varepsilon_t$  为白噪声,近似用标准正态分布模拟,即  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ 。

从式(22)所描述的模型中可以明显看出,前一时段的购电量会影响下一时段的购电量,进而影响供电公司的购电组合收益和风险。

#### 2.5 基于机会约束规划的动态购电组合模型

机会约束规划 CCP (Chance Constrained Programming) 主要用于解决约束条件中含有随机变量,且必须在观测到随机变量的实际数值之前做出决策的优化问题。

设供电公司要确定在今后  $T$  个时段中从  $N$  个市场的购电计划。在机会约束规划的框架下,以多阶段累加风险度量指标值最小为优化目标,动态购电优化问题可描述为:

$$\begin{aligned}
\min & \sum_{i=1}^T Q_i^* R_i \\
\text{s.t.} & P_r \{W_t \geq \tau\} \geq \beta \\
& Q_t = \bar{Q}_w + \Delta Q_t \\
& \Delta Q_t = \hat{\phi} \Delta Q_{t-1} + \hat{\sigma} \varepsilon_t \\
& \sum_{i=1}^N x_{it} = 1 \\
& X_{it}^{\min} \leq x_{it} \leq X_{it}^{\max} \quad t=1, 2, \dots, T
\end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $P_r\{\cdot\}$  表示集合  $\{\cdot\}$  中事件成立的概率;  $R_t$  为第  $t$  个时段的风险度量值;  $Q_t^*$  为归一化处理后的用电量序列;  $W_t$  为第  $t$  个时段内的单位电量收益;  $\beta$  为给定的置信水平;  $x_{it}$  为在第  $t$  个时段内从市场  $i$  购电的比例;  $X_{it}^{\max}$  和  $X_{it}^{\min}$  分别为在第  $t$  个时段从市场  $i$  购电比例的上、下限。

严格而言, 双边合同市场和现货市场价格具有相关性。在买卖双方签订双边合同时会根据目前的现货市场价格和对未来现货市场价格的走势预测, 通过谈判等方式来确定双边合同的价格。例如, 文献 [2] 中就考虑了双边合同市场电价和现货市场电价的相关性。不过, 这种相关性尽管理论上可以模拟, 但要准确确定实际市场的相关性参数却相当困难, 因为双边合同市场的价格是合同双方的私有信息, 并不对市场公布。本文一方面为了重点突出所提出的下偏差-信息熵的联合风险评估指标以及所建动态购电组合模型的基本特征, 避免过于复杂的数学推导, 另一方面考虑到本文工作是针对电力公司的实际需要开展的, 实用性是一个重要的考虑因素, 因此没有模拟不同市场价格的相关性。但本文所提出的动态购电组合策略的方法框架可以容纳不同市场之间存在的相关性, 基于文献 [20] 的工作, 可导出当考虑 2 个市场之间存在的相关性时, 购电组合收益的期望值和方差计算公式。因篇幅约束, 这里不再赘述。

## 2.6 模型求解

粒子群优化算法适用于求解连续非线性优化问题, 故用其求解所构造的优化模型。以第  $t$  个时段从市场  $i$  的购电比例作为基本粒子, 粒子的种群个数为  $J$ , 搜索空间的维数  $D=N \times T$ 。具体编码形式为:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{111}, x_{112}, \dots, x_{11N}, x_{121}, x_{122}, \dots, x_{12N}, \dots, x_{1t1}, \dots, x_{1tN} \\ x_{211}, x_{212}, \dots, x_{21N}, x_{221}, x_{222}, \dots, x_{22N}, \dots, x_{2t1}, \dots, x_{2tN} \\ \vdots \\ x_{j11}, x_{j12}, \dots, x_{j1N}, x_{j21}, x_{j22}, \dots, x_{j2N}, \dots, x_{jt1}, \dots, x_{jtN} \\ \vdots \\ x_{J11}, x_{J12}, \dots, x_{J1N}, x_{J21}, x_{J22}, \dots, x_{J2N}, \dots, x_{Jt1}, \dots, x_{JtN} \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{X}$  为粒子群;  $x_{jtm}$  表示第  $j$  个粒子在第  $t$  阶段从第  $n$  个市场的购电比例。

在每次迭代中, 各个粒子根据式 (25) 和 (26) 更新自己的速度及位置:

$$v_j^{k+1} = \omega v_j^k + c_1 r_1 (p_{\text{best},j} - x_j^k) + c_2 r_2 (g_{\text{best}} - x_j^k) \quad (25)$$

$$x_j^{k+1} = x_j^k + v_j^{k+1} \quad j=1, 2, \dots, J \quad (26)$$

其中,  $v_j^k$  为第  $j$  个粒子在第  $k$  次迭代的速度;  $\omega$  为惯性系数, 按  $\omega = \omega^{\max} - V(\omega^{\max} - \omega^{\min}) / V^{\max}$  线性递减,  $V$  为当前迭代次数,  $V^{\max}$  为最大允许迭代次数, 取  $\omega^{\max} = 0.9$ ,  $\omega^{\min} = 0.4$ ;  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子, 一般取 2;  $r_1$  和  $r_2$  为 (0, 1) 之间的随机数;  $x_j^k$  为第  $j$  个粒子在第  $k$  次迭代的位置;  $p_{\text{best},j}$  为第  $j$  个粒子自身的最优解;  $g_{\text{best}}$  为整个种群的最优解。

考虑到粒子位置更新后很难满足式 (23) 中的  $\sum_{i=1}^N x_{it} = 1 (t=1, 2, \dots, T)$  这  $T$  个等式约束, 采用文献 [21] 的方法来处理等式约束。以处理第  $j$  个粒子在  $t=1$  阶段的等式约束为例, 具体方法如下。

第  $j$  个粒子在  $t=1$  阶段位置向量为  $\mathbf{X}_{j1} = [x_{j11}, x_{j12}, \dots, x_{j1N}]$ , 按照式 (27) 和 (28) 计算其与上、下限向量  $\mathbf{X}_{j1}^{\max}$  和  $\mathbf{X}_{j1}^{\min}$  之差:

$$\bar{\mathbf{X}}_{j1} = \mathbf{X}_{j1}^{\max} - \mathbf{X}_{j1} = [\bar{x}_{j11}, \bar{x}_{j12}, \dots, \bar{x}_{j1N}] \quad (27)$$

$$\underline{\mathbf{X}}_{j1} = \mathbf{X}_{j1} - \mathbf{X}_{j1}^{\min} = [\underline{x}_{j11}, \underline{x}_{j12}, \dots, \underline{x}_{j1N}] \quad (28)$$

对于  $\sum_{i=1}^N x_{j1i} \geq 1$ , 误差可以表示为  $\sum_{i=1}^N x_{j1i} - 1$ , 按照各变量可松弛度的大小将误差分配给各变量, 求得各变量的修正值为:

$$\Delta x_{j1i} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{j1i} - 1}{\sum_{i=1}^N x_{j1i}} x_{j1i} \quad (29)$$

修正之后的位置向量为:

$$\mathbf{X}_{j1}^* = [x_{j11} - \Delta x_{j11}, x_{j12} - \Delta x_{j12}, \dots, x_{j1N} - \Delta x_{j1N}] \quad (30)$$

对于  $\sum_{i=1}^N x_{j1i} \leq 1$  的情况也做类似处理。经过式 (27)~(30) 的处理, 更新后的位置一定能满足模型中购电比例的等式约束。考虑到  $\sum_{i=1}^N X_{it}^{\min} \leq 1$ , 可得到:

$$\frac{\sum_{i=1}^N x_{j1i} - 1}{\sum_{i=1}^N x_{j1i}} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{j1i} - 1}{\sum_{i=1}^N x_{j1i} - \sum_{i=1}^N X_{it}^{\min}} \leq 1 \quad (31)$$

这样有  $\Delta x_{j1i} \leq x_{j1i}$ , 即各变量的修正值小于其可松弛度, 调整后的解也满足购电比例的不等式约束。采用上述改进粒子群优化算法求解所建立的优化模型的流程如图 1 所示。

## 3 算例分析

假设某供电公司要制定下一年每个季度在现货市场、双边合同市场和期权市场 3 个市场的购电比例, 即  $T=4$  和  $N=3$ 。现货市场和双边合同市场各阶

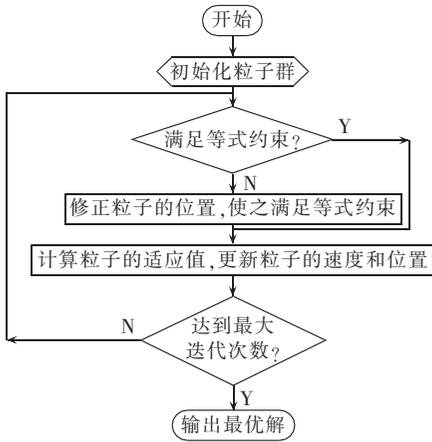


图 1 粒子群优化算法流程图

Fig.1 Flowchart of PSO algorithm

段的电价的期望值和标准差列于表 1。

表 1 现货市场和双边合同市场的电价分布特征

Tab.1 Distribution characteristics of electricity prices in spot and bilateral contract markets

季度	市场	电价期望值/ [元·(MW·h) <sup>-1</sup> ]	电价标准差/ [元·(MW·h) <sup>-1</sup> ]
1	现货	400	16.5
	双边合同	440	9.8
2	现货	410	17.4
	双边合同	450	9.1
3	现货	390	16.9
	双边合同	460	8.9
4	现货	400	17.1
	双边合同	450	9.3

运用时间序列的一阶线性自回归模型 AR(1)对该供电公司在 2009 年 1 月至 2011 年 12 月期间的 36 个月的用电量数据进行统计分析,可得到月平均用电量  $\bar{Q}_w = 20.12 \text{ TW} \cdot \text{h}$ , 标准差  $\hat{\sigma} = 3.95 \text{ TW} \cdot \text{h}$ , 残差序列的回归系数  $\hat{\phi} = 0.5665$ 。根据  $\bar{Q}_w, \hat{\sigma}, \hat{\phi}$  和最后一个月的用电量,先计算出  $\Delta Q_{t-1}$ , 然后代入式(22), 即可预测出 2012 年每个月的用电量,累加月用电量即可得到季度用电量为  $Q_1 = 67.88 \text{ TW} \cdot \text{h}, Q_2 = 75.77 \text{ TW} \cdot \text{h}, Q_3 = 87.51 \text{ TW} \cdot \text{h}, Q_4 = 71.61 \text{ TW} \cdot \text{h}$ 。这 4 个季度的用电量经归一化处理为:  $\{Q_1^*, Q_2^*, Q_3^*, Q_4^*\} = \{0.224, 0.250, 0.289, 0.237\}$ 。

给定销售电价  $S = 490 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ 。令各阶段的置信度  $\beta$  均为 0.8; 各阶段的单位电量目标收益  $\tau$  均为  $60 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ ; 期权价格为  $40 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ , 敲定价格为  $390 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$ ; 在现货市场、双边合同市场和期权市场的各阶段购电比例下限  $X_i^{\min}$  均为 0, 购电比例上限  $X_i^{\max}$  均为 1; 调节系数  $\alpha = 1$ 。

在收益  $W_t$  服从正态分布的前提下,可把式(23)中的机会约束转化为确定性约束,这样随机规划模型就转化为确定性规划模型。粒子群优化算法中相关的参数给定如下: 粒子个数  $J = 60$ , 迭代次数  $V^{\max} = 3000$ 。在不同预期目标收益下,根据式(23)的优化

模型,计算得到的供电公司在各季度购买电量分配情况及相关的风险指标如表 2 所示。

表 2 购电比例分配及风险

Tab.2 Allocation of electricity purchase and combined risk

$\tau /$ [元·(MW·h) <sup>-1</sup> ]	季度	购电比例			风险/ [元·(MW·h) <sup>-1</sup> ]
		现货	双边合同	期货	
60	1	0.689	0.179	0.132	40.457
	2	0.460	0.021	0.519	
	3	0.602	0.013	0.385	
	4	0.559	0.011	0.430	
50	1	0.122	0.275	0.603	24.786
	2	0.038	0.010	0.952	
	3	0.252	0.229	0.519	
	4	0.624	0.231	0.145	

从表 2 中可见,当供电公司预期目标收益降低时,供电公司会减少在现货市场的购买比例,同时提高在收益率相对较低但更为稳健的双边合同市场和期货市场的购买比例,以规避购电组合风险。

下面针对单阶段购电模式,采用式(16)度量购电过程中所面对的风险,并以第 1 季度购电分配为例,分析相关参数变化时对购电组合决策的影响。

a. 调节系数  $\alpha$  对供电公司购电决策的影响。

在风险度量指标中, $\alpha$  的大小取决于对损失不确定性的重视程度; $\alpha$  越大,表明损失的不确定性对风险的影响越突出, $\alpha$  取 0 则表示仅考虑损失的大小和概率,而不考虑损失的不确定性这一风险因素。逐渐增加  $\alpha$  的值,得到的计算结果如表 3 所示。

表 3 调整系数对购电决策的影响

Tab.3 Influence of adjustment factor on electricity purchase strategy

$\alpha$	购电比例			风险/ [元·(MW·h) <sup>-1</sup> ]
	现货	双边合同	期货	
0	0.998	0.001	0.001	3.148
0.2	0.954	0.037	0.009	11.859
0.4	0.904	0.092	0.004	20.353
0.6	0.793	0.139	0.068	28.690
0.8	0.768	0.161	0.071	36.906
1.0	0.708	0.187	0.105	45.081
1.2	0.665	0.166	0.169	53.191
1.4	0.632	0.139	0.229	61.275
1.6	0.595	0.149	0.256	69.327
3.0	0.143	0.532	0.325	122.306
5.0	0.138	0.538	0.324	182.449

从表 3 可以看出,逐渐增大  $\alpha$  值,即供电公司越来越重视损失的不确定性,供电公司会逐步减少在现货市场的购电比例,这是因为现货市场电价的波动性较大;双边合同市场和期权市场价格相对较为稳健,能够有效规避购电过程中的不确定因素,因此供电公司在这 2 个市场的购电比例会逐渐增加。

b.  $P_0$  和  $K_i$  对购电组合决策的影响。

在  $K_i = 385 \text{ 元}/(\text{MW} \cdot \text{h})$  时逐渐改变  $P_0$  的值以及

在  $P_0=40$  元/(MW·h) 时逐渐改变  $K_i$  的值, 分别观察  $P_0$  和  $K_i$  变化时对购电决策的影响。

表 4 期权价格和敲定价格对购电策略影响

Tab.4 Influences of option price and strike price on electricity purchase strategy

$K_i$ /[元· (MW·h) <sup>-1</sup> ]	$P_0$ /[元· (MW·h) <sup>-1</sup> ]	购电比例		风险/[元· (MW·h) <sup>-1</sup> ]
		期货	现货	
385	40	0.823	0.167	37.389
385	41	0.664	0.332	39.774
385	42	0.648	0.350	40.995
385	43	0.514	0.482	42.371
385	44	0.495	0.503	43.152
385	45	0.400	0.574	43.927
385	46	0.005	0.777	45.110
386	40	0.765	0.228	40.085
387	40	0.593	0.401	42.252
388	40	0.425	0.525	43.786
389	40	0.247	0.644	44.681
390	40	0.179	0.689	45.088
391	40	0.004	0.768	45.111

从表 4 可以看出, 当给定期权敲定价格不变而逐步增加期权价格时, 供电公司在期货市场的购电量减少, 现货市场购电量增大, 购电组合面临的风险增大; 当给定期权价格不变而逐步增加期权敲定价格时, 供电公司在期货市场的购电量减少, 现货市场购电量增大, 购电组合的风险增大。综上, 在期权价格和敲定价格合理时, 期权市场能在相当程度上规避购电风险。

## 4 结语

在对现有购电组合风险度量方法进行比较分析的基础上, 提出了联合采用下偏差和信息熵来描述风险的新方法。所提出的方法能较好地反映损失的尾部风险, 对风险的度量更加全面和准确。以此为基础, 在机会约束规划的框架下, 构造了供电公司在多个市场的动态购电组合优化模型, 并采用粒子群优化算法求解。算例的计算结果表明, 供电公司对损失不确定性的重视程度、目标收益、期权价格和敲定价格等因素都会影响其最终的购电决策。

## 参考文献:

[1] 刘皓明, 韩蜜蜜, 侯云鹤, 等. 供电公司多能量市场最优购电组合的加权 CVaR 模型[J]. 电网技术, 2010, 34(9): 133-138.  
LIU Haoming, HAN Mimi, HOU Yunhe, et al. A mean-weighted CVaR model for distribution company's optimal portfolio in multi-energy markets[J]. Power System Technology, 2010, 34(9): 133-138.

[2] 陈彦州, 赵俊华, 文福拴, 等. 偏度风险价值下供电公司/电力零售公司动态购电组合策略[J]. 电力系统自动化, 2011, 35(6): 25-29.  
CHEN Yanzhou, ZHAO Junhua, WEN Fushuan, et al. A skewness-VaR based dynamic electricity purchasing strategy for power supply companies/retail companies[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(6): 25-29.

[3] 王壬, 尚金成, 周晓阳, 等. 基于条件风险价值的购电组合优化及风险管理[J]. 电网技术, 2006, 30(20): 72-76.  
WANG Ren, SHANG Jincheng, ZHOU Xiaoyang, et al. Conditional value at risk based optimization of power purchasing portfolio in multiple electricity markets and risk management [J]. Power System Technology, 2006, 30(20): 72-76.

[4] 王金凤, 李渝曾, 张少华. 期权交易对供电公司购电组合的影响[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(3): 30-32, 96.  
WANG Jinfeng, LI Yuzeng, ZHANG Shaohua. Effects of options trade on purchasing portfolio for load serving entities[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(3): 30-32, 96.

[5] 杨首晖, 陈彦州, 董明, 等. 基于半绝对离差的供电公司动态购电组合策略[J]. 华北电力大学学报: 自然科学版, 2011, 38(1): 6-11.  
YANG Shouhui, CHEN Yanzhou, DONG Ming, et al. A semi-absolute deviation based dynamic electricity purchasing strategy for load serving entities[J]. Journal of North China Electric Power University: Natural Science Edition, 2011, 38(1): 6-11.

[6] 雷霞, 刘俊勇, 杨可, 等. 基于 2 层规划并计及风险的供电网最优购售电模型[J]. 电力自动化设备, 2008, 28(12): 64-67.  
LEI Xia, LIU Junyong, YANG Ke, et al. Optimal purchase and sale models of distribution network based on bilevel programming and risk consideration[J]. Electric Power Automation Equipment, 2008, 28(12): 64-67.

[7] 柏小丽, 雷霞, 马一凯, 等. 动态风险评价指标下的供电侧最优购电分配[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(5): 6-10, 16.  
BAI Xiaoli, LEI Xia, MA Yikai, et al. The optimal power allocation model for a distribution company considering evaluation index of dynamic risk[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(5): 6-10, 16.

[8] 周明, 聂艳丽, 李庚银, 等. 电力市场下长期购电方案及风险评估[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(6): 116-122.  
ZHOU Ming, NIE Yanli, LI Gengyin, et al. Long-term electricity purchasing scheme and risk assessment in power markets [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(6): 116-122.

[9] 王绵斌, 谭忠富, 关勇, 等. 基于分形条件风险价值的供电公司动态购电组合模型[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(16): 50-54.  
WANG Mianbin, TAN Zhongfu, GUAN Yong, et al. Dynamical power purchasing model for power supply company based on fractal conditional value at risk[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(16): 50-54.

[10] KETTUNEN J, SALO A, BUNN D W. Optimization of electricity retailer's contract portfolio subject to risk preferences[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2010, 25(1): 117-128.

[11] HATAMI A, SEIFI H, SHEIKH-EL-ESLAMI M K. A stochastic-based decision-making framework for an electricity retailer: time-of-use pricing and electricity portfolio optimization[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2011, 26(4): 1808-1816.

[12] LIU H, HOU Y. The mean-WCVaR based model for LDC's optimal portfolio in multi-energy markets[J]. European Trans on Electrical Power, 2012, 22(3): 364-377.

[13] LIU M, WU F F. Managing price risk in a multimarket environment[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2006, 21(4): 1512-1519.

[14] BROCKETT P L, CHARNES A, COOPER W W, et al. Chance constrained programming approaches for empirical analyses of mutual fund investment strategies[J]. Decision Sciences, 1992, 23(2): 385-407.

- [15] 叶勇. 证券投资风险度量方法及其应用研究[D]. 上海:上海交通大学,2011.  
YE Yong. A study for the measurement of the risk of security investment and its applications [D]. Shanghai:Shanghai Jiao Tong University,2011.
- [16] 王明涛,张保法. 证券投资风险计量方法研究[J]. 数量经济技术经济研究,2002,19(4):60-63.  
WANG Mingtao,ZHANG Baofa. A study on the methods of measuring the risk of securities investment[J]. Quantitative and Technical Economics,2002,19(4):60-63.
- [17] 高艳. 金融风险度量方法综合比较研究[D]. 武汉:武汉理工大学,2010.  
GAO Yan. Comprehensive comparison of financial risk measurement[D]. Wuhan:Wuhan University of Technology,2010.
- [18] 张显,王锡凡. 基于分段电力合同的发电商优化合同电量[J]. 中国电机工程学报,2006,26(8):12-17.  
ZHANG Xian,WANG Xifan. Generator's optimal electricity volume based on block electricity contracts[J]. Proceedings of the CSEE,2006,26(8):12-17.
- [19] ZHANG X,WANG X F,SONG Y H. Modeling and pricing of block flexible electricity contracts[J]. IEEE Trans on Power Systems,2003,18(4):1382-1388.
- [20] 谭忠富,张丽英,王绵斌,等. 大用户控制购电成本风险的均值-熵权组合优化模型[J]. 电网技术,2009,33(11):65-70.  
TAN Zhongfu,ZHANG Liying,WANG Mianbin,et al. An expectation-entropy portfolio model to control electricity purchasing cost risk for large consumers direct power purchase [J]. Power System Technology,2009,33(11):65-70.
- [21] 张雪雯,李艳君. 基于自调节粒子群算法的电力系统经济负荷分配[J]. 电网技术,2006,30(18):8-13.  
ZHANG Xuewen,LI Yanjun. Self-adjusted particle swarm optimization algorithm based economic load dispatch of power system[J]. Power System Technology,2006,30(18):8-13.

#### 作者简介:

王 辉(1987-),男,河南信阳人,硕士研究生,主要从事电力市场、智能电网等方面的研究工作(**E-mail**:whjetli@gmail.com);

尚金成(1966-),男,河南南阳人,教授级高级工程师,博士,主要从事竞争性电力市场理论及应用、电力系统优化调度理论及应用、节能减排发电调度(交易)的理论体系与技术支撑体系等方面的研究工作(**E-mail**:jinchengshang@qq.com);

文福拴(1965-),男,河南林州人,特聘教授,博士研究生导师,主要从事电力系统故障诊断与系统恢复、电力经济与电力市场、智能电网与电动汽车等方面的研究工作(**E-mail**:fushuan.wen@gmail.com)。

## Dynamic electricity purchasing strategy with risk characterized by lower deviation and information entropy

WANG Hui<sup>1</sup>,SHANG Jincheng<sup>2</sup>,WEN Fushuan<sup>1</sup>

(1. College of Electrical Engineering,Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Henan Grid Power Exchange Center,Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** Due to the risks originated from the uncertainties,a risk measurement index based on the combination of lower deviation and information entropy is proposed,of which,the lower deviation is used to measure the probability and amount of loss while the information entropy the uncertainty of loss. A dynamic combined optimization model of electricity purchase by the power-supply company in multiple electricity markets is built under the framework of chance-constrained programming,which constrains the actual profit not less than the given target profit at a certain confidence level,resulting in the acceptable profit with the minimum risk. The particle swarm optimization algorithm is adopted to solve the developed optimization problem. Simulative results show that,the proposed method can more comprehensively and accurately measure the combined risk of electricity purchase and the electricity purchase strategy of a power supply company is dependent on its target profit and the uncertainty degree of electricity prices in different electricity markets.

**Key words:** electricity market; dynamic electricity purchasing strategy; risks; lower deviation; information entropy; optimization; models