出现,如图 1 和图 2 所示。图 1 中发电机无功越限减 小了电压稳定裕度但系统未发生电压失稳,运行点位 于节点转换后  $\lambda - U$  曲线上半支,此时  $dU_i/d\lambda < 0(j)$  电压弱节点号);图 2 中发电机无功越限后的 LIB 导 致了电压崩溃,运行点位于节点转换后  $\lambda - U$  曲线下 半支,此时  $dU_i/d\lambda > 0$ 。本文重点分析图 2 情况。



图 2 极限诱导分岔 Fig.2 Limit-induced bifurcation

在图 2 中 PV 节点集中有转换节点  $a \ \pi b$ ,预测 点 i+1已经在可行域之外,使得潮流不收敛,因此需 通过式(15)对 PV 节点集中的触发无功上限排序,将 运行点拉回转换点  $a_{\circ}$ 在转换节点 a,发电机 a达到 无功极限,即  $Q_{Ca}=Q_{Ca}^{im}, U_{a}=U_{a}\circ$ 。随着负荷参数增大, 其电压也将增大,此时运行点位于 $\lambda - U$ 曲线( $Q_{Ca}=Q_{Ca}^{im}, U_{a}=U_{a}\circ$ )下半支,诱发了系统的突然电压崩溃,分岔类型 为 LIB,满足  $Q_{Ca}=Q_{Ca}^{im}, dU_{j}/d\lambda>0$ 判据。若分岔类型 为 SNB,则可在逼近点斜率绝对值( $|dU_{j}/d\lambda|$ )大于 某一值情况下基于局部曲线拟合技术求取 SNB 点<sup>[4]</sup>。 将式(1)写成潮流修正方程的形式,表示为:

$$-J\Delta U = \Delta W \tag{4}$$

式(4)对负荷参数求导:

$$-J\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{\partial\Delta W}{\partial\lambda}$$
(5)

在稳定运行点处雅可比矩阵 J 为已知,因此很容易得到  $dU/d\lambda$ 。可快速判断运行点是在  $\lambda-U$  曲线的上半支还是下半支。

# 3 LIB 点追踪方法

## 3.1 局部曲线拟合确定增长步长

节点电压与负荷参数呈非线性,为了确保增长步 长预测的相对准确性,有必要计算节点电压对负荷参 数的2阶导数,通过局部曲线拟合获得增长步长。继 续对式(5)求导,得到:

$$-\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{J}}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}{\mathrm{d}\lambda} - \boldsymbol{J}\frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{U}}{\mathrm{d}\lambda^{2}} = 0 \tag{6}$$

获得当前运行点的弱节点电压对负荷参数二阶

灵敏度信息之后,可用局部曲线拟合技术求取当前运 行点到预测点的负荷增长步长。局部曲线拟合式为:

$$\Delta \lambda = \alpha \Delta U_{\rm c} + \beta \Delta U_{\rm c}^2 \tag{7}$$

其中, $\alpha$ , $\beta$ 为常系数; $\Delta\lambda$ 和  $\Delta U_e$ 分别为当前运行点 到预测点处的负荷增长步长和电压弱节点的电压幅 值变化量。只要计算出  $\alpha$ , $\beta$ 和  $\Delta U_e$ 即可得到负荷增 长步长  $\Delta\lambda$ 。从式(7)可知,越靠近分岔点确定的增长 步长越小,具有自适应性。

式(7)对负荷增长步长 Δλ 求 1 阶导:

$$1 = \alpha \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}\lambda} \Big|_{i} + 2\beta \Delta U_{\mathrm{c}} \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}\lambda} \Big|_{i} \tag{8}$$

继续对式(8)求2阶导:

$$0 = \alpha \frac{\mathrm{d}^2 U_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}\lambda^2} \Big|_i + 2\beta \Big[ \left( \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}\lambda} \Big|_i \right)^2 + \Delta U_{\mathrm{c}} \frac{\mathrm{d}^2 U_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}\lambda^2} \Big|_i \Big]$$
(9)

由于运行点 *i* 的 d $U_e$ /d $\lambda$ 、d<sup>2</sup> $U_e$ /d $\lambda^2$ 已知,联立式(8)、 (9)可以解出参数  $\alpha$ 、 $\beta_o$ 

然后式(7)对节点电压变化量求导,可得:

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}U_{\mathrm{c}}}\Big|_{i+1} = \alpha + 2\beta \Delta U_{\mathrm{c}}$$
(10)

预测点处斜率  $dU_c/d\lambda|_{i+1} = r dU_c/d\lambda|_i$ 已知,其中 r(1<r<1.3)为设定的斜率常数,从而根据式(8)可以 计算出运行点 *i* 到预测点 *i*+1 的电压幅值变化量  $\Delta U_c$ ,代入式(7)可求出当前运行点到预测点的负荷 增长步长  $\Delta \lambda_c$  如果增长步长大于最大限值  $\Delta \lambda_{max}$ ,则 应取  $\Delta \lambda = \Delta \lambda_{max}$ 。

#### 3.2 PV 节点集触发无功上限排序

LIB 往往由无功越限所引起,因此在增长步长内须计算出发电机输出无功,以确定发电机无功是否越限。如有越限,将其纳入 PV 节点集,并对节点集触发无功上限排序,识别 LIB 点。

发电机 PV 节点发出的无功功率可表示为:

$$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{PV}} = h(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\lambda}) \tag{11}$$

由式(11)可得到在运行点 i 处发电机 PV 节点的无功出力  $Q_{PV}$  对负荷参数  $\lambda$  的各阶导数。其中 1 阶导数为:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{PV}}}{\mathrm{d}\lambda} = h_x \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}\lambda} + h_\lambda \tag{12}$$

由式(12)再次对负荷参数 $\lambda$ 求导,可得到 $Q_{PV}$ 对 负荷系数 $\lambda$ 的2阶导数:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{Q}_{\mathrm{PV}}}{\mathrm{d}\lambda^2} = h_{xx} \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2 + h_x \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{x}}{\mathrm{d}\lambda^2}$$
(13)

根据式(14)很容易确定增长步长内的 PV 节点集:

$$\Delta \boldsymbol{Q}_{\rm PV} = \frac{\mathrm{d} \boldsymbol{Q}_{\rm PV}}{\mathrm{d} \lambda} \Delta \lambda + \frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{Q}_{\rm PV}}{\mathrm{d} \lambda^2} (\Delta \lambda)^2 \qquad (14)$$

LIB 点最终是通过某台发电机无功极限约束来确定的,为了追踪 LIB 点,需要对 PV 节点集触发无功上限顺序进行排序,然后取最先触发的节点对应的增长步长  $\Delta\lambda$ ,其求解式如式(15)所示:

$$\Delta \lambda = \min \left[ \min_{j} \left( \frac{-2 \frac{\mathrm{d} Q_{\mathrm{G}j}}{\mathrm{d} \lambda} + \sqrt{4 \left( \frac{\mathrm{d} Q_{\mathrm{G}j}}{\mathrm{d} \lambda} \right)^2 - \frac{\mathrm{d}^2 Q_{\mathrm{G}j} \left( Q_{\mathrm{G}j} - Q_{\mathrm{G}j}^{\mathrm{lim}} \right)}{\mathrm{d} \lambda^2}} \right], \Delta \lambda_{\mathrm{max}} \right] \quad j = 1, 2, \cdots, n_{\mathrm{G}}; j \in \Omega_{\mathrm{PV}}$$
(15)

其中, $\Omega_{PV}$ 为当前运行点与预测点之间 PV 节点到 PQ 节点转换的 PV 节点集; $n_{c}$ 为 PV 节点到 PQ 节点 转换的节点个数; $Q_{cj}^{lm}$ 为发电机 j 无功出力上限;  $\frac{dQ_{cj}}{d\lambda}$ 和 $\frac{d^{2}Q_{cj}}{d\lambda^{2}}$ 对应 $\frac{dQ_{PV}}{d\lambda}$ 和 $\frac{d^{2}Q_{PV}}{d\lambda^{2}}$ 中相应值;由于 在当前运行点已经求出发电机 PV 节点的无功出力  $Q_{cj}$ ,所以根据发电机无功出力对负荷参数导数很容 易确定节点集中触发无功上限的顺序。由于  $Q = \lambda$ 的非线性,采用二阶灵敏度法预测的增长步长可能 并不准确,后面将通过负荷增长步长折半搜索方法 和设定阈值来重新识别。

系统的无功约束转换点数目众多,在远离分岔 点时,无功约束转换点不会使系统发生电压崩溃,因 此只需将无功越限的 PV 节点转换成 PQ 节点即可。 当离分岔点较近(潮流不收敛情况),才需对预测步 长内 PV 节点集中节点进行识别。因此,避免了对所 有转换点识别所带来的巨大计算量。

#### 4 算法步骤

下面给出系统电压稳定 LIB 点追踪基本步骤。

**a.** 初始化。初始负荷系数 $\lambda_0=1.0$  p.u.,设置斜率 常数r、斜率比较值k、最大限值 $\Delta\lambda_{max}$ 、阈值 $\varepsilon$ ,运行 点斜率 $S=0(S=dU_i/d\lambda)$ ,标志位F=0。

**b.** 潮流计算。如果潮流收敛,则令 *F*=0,计算运 行点斜率 *S*,跳到步骤 **c**;如果潮流不收敛则跳到步 骤 **e**。

**c.** 判断斜率 *S* 正负:如果 *S* 为正,则为 LIB 点, 结束程序;如果 *S* 为负且绝对值小于某一设定值,则 继续向下执行;如果 *S* 为负且绝对值大于某一设定 值,则根据曲线拟合技术计算 SNB 点值,程序结束。

**d.** 计算出潮流收敛点 *i* 的 dU<sub>c</sub>/d $\lambda$ <sub>i</sub>,d<sup>2</sup>U<sub>c</sub>/d $\lambda$ <sup>2</sup><sub>i</sub>,d d $Q_{PV}$ /d $\lambda$ ,d<sup>2</sup> $Q_{PV}$ /d $\lambda$ <sup>2</sup>,根据局部曲线拟合方法预测出 负荷增长步长 $\Delta\lambda_i$ ,从而负荷水平增为 $\lambda_{i+1} = \lambda_i + \Delta\lambda_i$ 。 根据式(14)可判断该负荷水平下转换的 PV 节点集, 如果非空,将其置成 PQ 节点,回到步骤**b**。

**e.** *F*=0,则取 PV 节点集中最先无功越界发电机的无功/电压约束转换点作为预测点,并根据式(15)校正负荷增长步长  $\Delta\lambda_i$ ,其他转换节点置回 PV 节点, 令 *F*=1,回到步骤 **b**;*F*=1 且  $\Delta\lambda_i > \varepsilon$ ,则将上步所取的最先转换点还原为 PV 节点且负荷增长步长折 半,即  $\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_i / 2$ ,回到步骤 **b**;*F*=1 且  $\Delta\lambda_i < \varepsilon$ ,则该 点为 LIB 点,程序结束。

靠近分岔点处,PV节点集中节点的转换使系统 结构发生突变,可能步长过大会使潮流不收敛,此时 用折半搜索方法确保数据具有一定连续性,使本算 法具有很好的稳定性。另外,在整个过程中,求取λ-U 曲线上运行点时具有一定连续性,对系统计算数据随 时存储和随时读取,使得潮流数据具有一定的连续 性。因此,算法特点决定了本方案是可行的。

#### 5 算例

采用 IEEE 118 节点系统作为仿真算例验证本 文所提方法的快速性和有效性。表1给出了斜率常 数r为1.15和1.20时追踪 LIB点的计算过程,表中n 为潮流计算步数,粗体数字即为 LIB点。

表 1 不同参数逼近过程比较

Table 1 Comparison of approaching process between different parameters

n	r=1.15			r = 1.20		
	S	$\Delta \lambda_1$	$\lambda_1$	S	$\Delta\lambda_2$	$\lambda_2$
1	-0.0270	0	1.0000	-0.0270	0	1.0000
2	-0.0866	0.3000	1.3000	-0.0866	0.3000	1.3000
3	-0.1608	0.3000	1.6000	-0.1608	0.3000	1.6000
4	-0.2554	0.2518	1.8518	-0.2694	0.3000	1.9000
5	-0.3059	0.1395	1.9913	-0.3861	0.1692	2.0692
6	-0.4248	0.0993	2.0906	_	0.0873	2.1565
7	-0.3817	0.0375	2.1281	-0.3988	0.0203	2.0895
8	—	0.0198	2.1479	-0.3352	0.0529	2.1424
9	—	0.0136	2.1417	0.0292	0.0032	2.1456
10	-0.2220	0.0068	2.1349	_	_	_
11	0.3852	0.0073	2.1422	_	—	_

当r=1.15、n=8时,预测步长使得潮流不收敛, 斜率标记为"—";在n=9时,通过式(15)取 PV 节点 集中最先转换的节点对应的增长步长,潮流不收敛; 在n=10时,通过折半搜索方法将转换点置回 PV 节 点重新识别;当n=11时,将转换点置成 PQ 节点,从 而S=0.3852为正,说明运行点已位于 $\lambda-U$ 曲线下半 支,转换点触发了 LIB,整个追踪过程如图 3 所示。当 r=1.20、n=6时,同样运行点超出可行域,潮流不收 敛,此时根据 PV 节点集,通过式(15)确定n=7时的 负荷增长步长,将系统运行点拉回可行域;当n=9时, 因S=0.0292为正,说明运行点已位于 $\lambda-U$ 曲线下半 支,转换点触发了 LIB,整个追踪过程见图 4。

表 2 为不同方法的计算值比较,其中  $N_{\rm P}$ 和  $N_{\rm COF}$ 分别为本文所提方法和连续潮流法的潮流计算次数, $\lambda_{\rm P}$ 和  $\lambda_{\rm COF}$ 分别为本文所提方法和连续潮流法的最大负荷值。本文所提方法计算 IEEE 118 节点系统,在选取不同斜率常数 r时与连续潮流法所得最大负荷值<sup>16</sup>的误差都在 2%以内,但本文方法所用潮流计算次数  $N_{\rm P}$ 分别为 11 次和 8 次,而连续潮流法计算



Fig.4 Schematic diagram of LIB point approaching, when r=1.20

表 2 不同方法计算值比较

Table 2 Comparison of calculative results between different methods

灭坛		本	本文方法		连续潮流法	
不知	1	$N_{\rm P}$	$\lambda_{ ext{P}}$	$N_{\rm CPF}$	$\lambda_{ ext{CPF}}$	
IEEE 110	1.15	11	2.1422	18	2.1100	
ILLL 110	1.20	9	2.1456	18	2.1100	

次数为18次。从算例可见,本文所提方法在计算精 度相当的情况下效率要高出连续潮流法1倍左右。

从表 2 还可以看出,斜率常数 r 的取值对潮流计 算次数有一定的影响。常数 r 的取值大体思路是:r 取值须大于 1;当前运行点斜率较小且离分岔点较远 (可根据算法中增长步长后潮流计算是否收敛来确 定当前运行点离分岔点远近)的时候选择较大的 r 值;当前运行点斜率较大且离分岔点较近的时候选 择较小的 r 值;特别是接近分岔点处,r 值越小则计 算越精确;在后续研究中需考虑选择最佳斜率常数 r 的方法。

## 6 结论

本文通过二阶灵敏度确定负荷增长步长和增长 步长内 PV 节点到 PQ 节点转换的 PV 节点集。由于 采用步长限制策略且步长预测具有自适应能力,因 此二阶灵敏度具有较高的准确性。二阶灵敏度只需 在潮流计算基础上增加非常少的计算量即可获得。此 外,本文只需在靠近分岔点处(潮流不收敛情况)才 对预测步长内 PV 节点集中节点进行识别,避免了 对所有转换点识别所带来的巨大计算量,因此具有 非常高的计算效率。本文方法的潮流计算次数明显 少于连续潮流方法,且计算精度较高,适用于大规模 电力系统的在线求解。

#### 参考文献:

[1] CUTSEM T V, VOUMAS C. Voltage stability of electric power

systems [M]. Norwell, MA, USA; Kluwer, 1998; 13-24.

[2] 户秀琼,颜伟,余娟,等.交直流系统的静态电压稳定预防控制[J].电力自动化设备,2013,33(1):35-39.

HU Xiuqiong, YAN Wei, YU Juan, et al. Preventive control of static voltage stability for AC/DC power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(1): 35-39.

- [3] 周双喜,姜勇,朱凌志. 电力系统电压静态稳定性指标评述[J]. 电网技术,2001,25(1):1-7.
  ZHOU Shuangxi,JIANG Yong,ZHU Lingzhi. Review on steady state voltage stability indices of power system[J]. Power System Technology,2001,25(1):1-7.
- [4] 钟浩,吴政球,李日波,等. 基于灵敏度约束的电压鞍结分岔点快速算法[J]. 中国电机工程学报,2010,30(28):46-51.

ZHONG Hao, WU Zhengqiu, LI Ribo, et al. Fast algorithm for determining voltage saddle node bifurcation point based on restriction of sensitivity[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(28): 46-51.

 [5] 鲍海波,韦化.考虑发电机运行极限的电压稳定临界点互补模型 与算法[J].电力系统自动化,2012,36(15):1-7.
 BAO Haibo,WEI Hua. Complementary model and algorithm for

the critical point of static voltage stability considering generator capability limits[J]. Automation of Electric Power Systems,2012, 36(15):1-7.

[6] 牟晓明,李志民. 一种计算电压稳定边界的两阶段潮流方法[J].
 电力自动化设备,2013,33(3):72-76.
 MOU Xiaoming,LI Zhimin. Two-stage power flow method for

calculating voltage stability margin[J]. Electric Power Automation Equipment,2013,33(3):72-76.

[7] 李华强,刘亚梅. 鞍结分岔与极限诱导分岔的电压稳定性评估[J].
 中国电机工程学报,2005,25(24):56-60.
 LI Huaqiang,LIU Yamei. Voltage stability assessment for saddle

node bifurcation and limit induced bifurcation [J]. Proceedings of the CSEE,2005,25(24):56-60.

- [8] MANFRED F B, CASTRO C A. Maximum loading point computation based on load flow with step size optimization[C]//2008 PES General Meeting. Pennsylvania, USA: [s.n.], 2008: 1-8.
- [9] DOBSON I,LU L. New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993,8(3):905-913.
- [10] 马兆兴,万秋兰,丁涛,等. 基于极限诱导分岔的电压稳定分析
  [J]. 电网技术,2011,35(10):94-98.
  MA Zhaoxing,WAN Qiulan,DING Tao,et al. Voltage stability analysis based on limit induced bifurcation[J]. Power System Technology,2011,35(10):94-98.
- [11] 熊宁,何大春,程浩忠,等. 基于主导节点法的极限诱导分岔检 测方法[J]. 电网技术,2010,34(9):48-53.
  XIONG Ning,HE Dachun,CHENG Haozhong,et al. A practical approach to detect limit induced bifurcation based on key node method[J]. Power System Technology,2010,34(9):48-53.
  [12] 周任军,吴潘,童小娇,等. 极限诱导分岔最小负荷裕度计算方
  - 法[J]. 电力自动化设备,2010,30(7):19-23.
     ZHOU Renjun,WU Pan,TONG Xiaojiao, et al. Calculation of minimum load power margin for limit induced bifurcation[J].
     Electric Power Automation Equipment,2010,30(7):19-23.
- [13] 李增国,王锐,邢卫荣. 基于连续潮流和模态分析的电压稳定分析[J]. 电力自动化设备,2009,29(9):81-84.

63

LI Zengguo, WANG Rui, XING Weirong. Voltage stability analysis based on continuation power flower and modal analysis [J]. Electric Power Automation Equipment, 2009, 29(9):81-84.

[14] 江伟,王成山. 直接计算静态电压稳定临界点的新方法[J]. 中国电机工程学报,2006,26(10):1-6.

JIANG Wei, WANG Chengshan. A new method for direct calculating the critical point of static voltage stability [J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(10):1-6.

[15] 韦化,丁晓莺. 基于现代内点理论的电压稳定临界点算法[J]. 中 国电机工程学报,2002,22(3):27-31.

WEI Hua, DING Xiaoying. An algorithm for determining voltage stability critical point based on interior point theory [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(3):27-31.

[16] ZARATE L A, CASTRO C A. Fast computation of security mar-

gins to voltage collapse based on sensitivity analysis [J]. IEE Proceedings:Generation,Transmission and Distribution,2006,153 (1):35-43.

#### 作者简介:



钟浩(1983—),男,湖南常德人,讲师,博士,从事电力系统分析与控制方面的研究工作(E-mail:zhonghao022@163.com);
姚丹(1990—),女,贵州天柱人,硕士研究生,研究方向为电力系统运行与稳定性分析(E-mail:vipmyd025@126.com)。

# Quick tracking of limit-induced bifurcation point of voltage stability

ZHONG Hao, YAO Dan

(Hubei Key Laboratory of Cascaded Hydropower Stations Operation & Control,

China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

**Abstract**: The limit-induced bifurcation of power system is usually caused by the reactive power limit violation, according to which, a method is proposed to fast track the limit-induced bifurcation point. A criterion is presented to determine whether the reactive power limit violation induces voltage instability. When the bifurcation point is far, the partial curve fitting technology is used to adaptively determine the load increment step for quick approaching to the bifurcation point. When the bifurcation point is near, the second-order sensitivity method is used to modify the load increment step. Combined with the binary search method, the limit-induced bifurcation point of power system is then easily tracked according to the criterion. The calculative results of IEEE 118-bus test system demonstrate the proposed method is quick and practical.

**Key words**: electric power systems; limit-induced bifurcation; reactive power limit; voltage stability; second-order sensitivity; binary search method; stability

(上接第 64 页 continued from page 64)

# Differential protection principle based on virtual impedance of fault component for power transmission line

MA Jing, PEI Xun, MA Wei, WANG Zengping

(State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,

North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: A kind of differential protection principle based on the virtual impedance of faulty component is proposed, which, with the consideration of distributed parameters, applies the fault sequence components of both line ends to deduce the fault sequence components of voltage/current at any point of that transmission line and defines the ratio of voltage fault sequence component over current fault sequence component as the virtual impedance. The virtual impedance and current fault sequence component of the middle point are used to compose the protection criteria for each sequence respectively. Simulative results show that, immune to the fault location, transition resistance, load current, distributed capacitance and information synchronization, the proposed criteria can identify different kinds of fault more sensitively and reliably.

Key words: electric power system protection; differential protection; virtual impedance; fault component; distributed parameter; failure analysis; electric power transmission