

基于多项式正态变换和最大熵估计的含风电系统电压稳定概率分析

谢应昭, 卢继平

(重庆大学 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要: 为了合理计及随机变量相关性对电压稳定分析的影响, 掌握负荷裕度概率分布信息, 提出一种基于多项式正态变换和最大熵估计的含风电系统电压稳定概率分析方法。该方法利用多项式正态变换方法处理输入变量之间的相关性, 结合点估计法将电压稳定概率分析问题转化为确定性负荷裕度非线性优化模型进行求解, 计算负荷裕度的统计特征, 采用最大熵估计方法估计负荷裕度概率密度函数; 讨论风速参数、相关系数矩阵、风电接入容量以及风电场功率因数变化对负荷裕度概率特性的影响。算例分析表明, 所提方法具有令人满意的计算精度, 且计算效率高, 能够满足系统信息及时获取的要求。

关键词: 多项式正态变换; 点估计法; 最大熵原理; 负荷裕度; 风电; 稳定; 概率; 概率密度函数

中图分类号: TM 614

文献标识码: A

DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2015.10.010

0 引言

随着风力发电逐步向大规模、高集中开发的方向发展, 电力系统必然会面临大量可再生能源的接入问题。风力发电的规模性接入, 对电力系统运行的各方面都会带来明显影响, 电压稳定研究作为系统安全稳定运行的重要部分, 将面临更多的不确定因素。传统电压稳定分析都是基于确定性模型, 忽略了系统中的随机注入功率的不确定性, 以系统最危险工作模式为研究对象进行电压稳定性评估, 评估结果过于保守, 灵活性不强。为了弥补确定性方法的不足, 在电力系统不确定问题研究中引入概率分析方法, 这些方法可分为以下 3 类: 蒙特卡洛 MC (Monte Carlo) 法、解析法以及点估计法。其中, 蒙特卡洛法可以得到高精度的随机变量统计信息, 但由于计算效率低下, 一般仅用作其他概率分析方法的验证标准; 解析法通过卷积技术或输出变量的累积量求解概率密度函数, 这种方法假定输入和输出随机变量成线性关系, 不能反映系统运行的实际情况; 点估计法根据已知变量的概率分布求解未知变量的各阶矩信息, 计算量小、精度高, 是一种理想的概率分析方法。上述 3 类方法中, 只有蒙特卡洛法可直接得出随机变量概率分布, 后面 2 类方法还需要结合其他方法得出随机变量的概率分布。

现有文献主要集中于概率潮流计算问题的研究^[1-5], 关于电压稳定问题概率分析的文献较少^[6-9]:

文献[6]将点估计法应用于电压稳定概率分析的计算, 但并未计及风电功率的影响; 文献[7]研究了考虑分布式电源的静态电压稳定概率问题, 研究过程忽略了输入变量的相关性, 用级数展开求取概率分布时, 存在一定误差; 文献[8]采用随机响应面法对电压稳定概率问题进行求解, 取得了较为理想的分析结果; 文献[9]对含风电系统进行了电压稳定概率分析, 文中采用 Nataf 变换处理相关输入变量, 蒙特卡洛方法求解概率问题, 求解过程较为复杂。

本文提出了一种基于多项式正态变换 PNT(Polynomial Normal Transformation)和最大熵估计的含风电系统电压稳定概率分析方法。利用多项式正态变换方法处理输入变量之间的相关性, 结合点估计法将电压稳定概率分析问题转化为确定性负荷裕度非线性优化模型的求解, 并计算负荷裕度的统计特征, 采用最大熵估计方法估计输出变量概率分布函数。文中还分析了风速参数变化、相关系数矩阵变化、风电接入容量变化以及风电场功率因数变化对负荷裕度统计特征的影响。本文方法解决了点估计法无法处理输入变量相关性和得出输出变量概率分布的不足, 保持了点估计法计算简便、精度高的优点。算例分析表明, 本文所提方法具有令人满意的计算精度, 且计算效率高, 变换方法简洁灵活, 能够得到全面反映系统电压稳定性的概率信息。

1 多项式正态变换

概率问题中包含不同概率分布的随机变量, 有些变量之间还具有相关性, 分布形式的不同和变量的相关性都会对分析结果产生影响。因此有必要对输入变量进行预处理, 以减小这些因素带来的影响。多项式正态变换可以同时考虑多个非正态相关的随机

收稿日期: 2015-01-21; 修回日期: 2015-09-10

基金项目: 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室自主研究项目(2007DA10512712205)

Project supported by the Scientific Research Foundation of State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology(2007DA10512712205)

变量,利用统一的变换步骤将其变换到独立正态空间,变换方法简洁有效,具有良好的通用性。

1.1 单变量正态变换原理

多项式正态变换是利用标准正态分布随机变量 z 的多项式对非正态分布的随机变量 x 进行求解。随机变量 x 的 r 阶多项式正态变换表达式为:

$$x = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \cdots + a_r z^r \quad (1)$$

其中, $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_r$ 为多项式变换系数。

多项式阶数 r 可以取不同值,得到不同的多项式变换公式,其中最常用的有二阶、三阶和五阶多项式。尽管高阶多项式可利用高阶矩信息提高多项式正态变换的近似度,但高阶多项式对近似度的改善程度还不明确,而计算过程却更加复杂^[10],因此阶数的确定需要结合具体计算要求进行选择。除了阶数的确定,正态变换的另一关键在于变换系数 a_i 的求解。 a_i 的求解算法主要包括矩积法、L-矩法、最小二乘法以及 Fisher-Cornish 级数展开法,文献^[11]对这些算法做了详细的数值分析和对比,可作为求解算法的选择依据。结合已有文献结论^[10-11],本文选择三阶多项式作为正态变换多项式,并采用 L-矩法对变换系数进行求解。

随机变量 x 的 q 阶 L-矩 $\lambda_q (q=1, 2, 3, 4)$ 与多项式变换系数 $a_i (i=0, 1, 2, 3)$ 满足如式(2)所示函数关系^[11]。

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1.81 & 0 \\ 0 & 2.26 & 0 & -3.94 \\ 0 & 0 & 1.81 & 0 \\ 0 & -0.19 & 0 & 1.57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

利用前 4 阶 L-矩得出变换系数,即可将随机变量 x 转换为标准正态变量 z 进行处理。

本文采用 Weibull 分布对风速进行刻画,可直接利用 Weibull 分布参数对前 4 阶 L-矩进行计算^[12],如式(3)所示。

$$\begin{cases} \lambda_1 = c \Gamma(1 + 1/k_w) \\ \lambda_2 = c(1 - 2^{-1/k_w}) \Gamma(1 + 1/k_w) \\ \tau_3 = 3 - 2(1 - 3^{-1/k_w}) / (1 - 2^{-1/k_w}) \\ \tau_4 = [5(1 - 4^{-1/k_w}) - 10(1 - 3^{-1/k_w}) + 6(1 - 2^{-1/k_w})] / (1 - 2^{-1/k_w}) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\tau_3 = \lambda_3 / \lambda_2$ 和 $\tau_4 = \lambda_4 / \lambda_2$ 分别为 L-偏度和 L-峰度; k_w 和 c 分别为 Weibull 分布的形状参数和尺度参数。通过式(3)即可完成服从 Weibull 分布的随机变量多项式正态变换。

1.2 多变量多项式正态变换

多随机变量概率分布模型的建立需同时考虑各变量的边际分布和变量间的相关性因素。由 1.1 节可知,各边际分布随机变量均可采用单变量正态变换方法进行变换处理,本节解决的是把原始随机变量

的相关系数矩阵变换为对应的标准正态变量的相关系数矩阵,实现多变量的多项式正态变换。

假设 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ 表示由 n 个随机变量 x_i 组成的随机向量,对应的相关系数矩阵为 $\mathbf{R}_X = [\rho_{x_i x_j}]_{n \times n}$, $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \cdots, z_n]^T$ 表示由 n 个标准正态变量 z_i 组成的随机向量,对应的相关系数矩阵为 $\mathbf{R}_Z = [\rho_{z_i z_j}]_{n \times n}$,则两相关系数矩阵对应元素满足如下关系^[11]:

$$\begin{cases} 6a_{3i}a_{3j}\rho_{z_i z_j}^3 + 2a_{3i}a_{3j}\rho_{z_i z_j}^2 + (a_{1i} + 3a_{3i})(a_{1j} + 3a_{3j})\rho_{z_i z_j} + \\ [(a_{0i} + a_{2i})(a_{0j} + a_{2j}) - \rho_{x_i x_j} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} - \mu_{x_i} \mu_{x_j}] = 0 \\ -1 \leq \rho_{z_i z_j} \leq 1, \quad \rho_{z_i z_j} \rho_{x_i x_j} \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, a_{mi} 和 $a_{mj} (m=0, 1, 2, 3)$ 分别为 x_i 和 x_j 的多项式变换系数; $\sigma_{x_i}, \sigma_{x_j}$ 和 μ_{x_i}, μ_{x_j} 分别为 x_i 和 x_j 的标准差和期望。依次求解 $\mathbf{R}_X$ 中各元素对应的等式方程,并选择满足不等式条件的解作为 $\rho_{z_i z_j}$ 的值,即可得到标准正态变量相关系数矩阵 $\mathbf{R}_Z$ 。

结合 1.1 节和 1.2 节,可以得到由独立标准正态随机变量 $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \cdots, s_n]^T$ 求取原始随机变量的完整公式:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1(\mathbf{LS}) + \mathbf{A}_2(\mathbf{LS})^2 + \mathbf{A}_3(\mathbf{LS})^3 \quad (5)$$

其中, $\mathbf{A}_m = [a_{m1}, a_{m2}, \cdots, a_{mn}]^T (m=0, 1, 2, 3)$ 为由 1.1 节得出的 n 个随机变量 x_i 对应的多项式变换系数; $\mathbf{L}$ 为标准正态变量相关系数矩阵 $\mathbf{R}_Z$ 经过 Cholesky 分解后所得的下三角矩阵。

通过多项式正态变换,为点估计法处理含相关性的随机变量提供数据基础。

2 点估计法

点估计法是求解非线性函数 $Y = h(\mathbf{X})$ 在随机变量 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ 作用下的统计分布的一种有效方法,具有良好的计算精度和较小的计算复杂度。其原理是首先求解一个 $r \times n$ 的采样点集 $F_1(\mathbf{X})$ 和每个采样点对应的权重系数,然后利用式(6)计算函数变量 Y 的前 $2r-1$ 矩信息:

$$E(Y^j) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r \omega_{i,k} [h(\mu_1, \mu_2, \cdots, x_{i,k}, \cdots, \mu_n)]^j \quad (6)$$

其中, $(\mu_1, \mu_2, \cdots, x_{i,k}, \cdots, \mu_n)$ 和 $\omega_{i,k}$ 分别为随机变量采样点和对应的权重系数, $x_{i,k}$ 为 $\mathbf{X}$ 的某一分量估计值, $\mu_l (l \neq i)$ 为其他分量的自身期望; r 和 n 分别为随机变量 x_i 的估计点数和变量个数。研究表明当 $r > 3$ 时,采样点集 $F_1(\mathbf{X})$ 和权重系数集 ω 可能包含复数解,不符合实际情况,因此 r 的数值通常取为 3。

将随机变量 x_i 的一个估计点选为自身期望 μ_i 的三点估计法称为 $2n+1$ 估计方案。该方案的采样点集 $F_1(\mathbf{X})$ 中有 n 个相同采样点 $(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_i, \cdots, \mu_n)$, 只需进行一次计算即可完成对这 n 个采样点的处理,具有很高的计算效率。 $2n+1$ 估计方案下的位置系数 $\xi_{i,k}$ 和对应权重系数 $\omega_{i,k}$ 计算公式如下^[13]:

$$\begin{cases} \xi_{i,k} = \frac{\lambda_{i,3}}{2} + (-1)^{3-k} \sqrt{\lambda_{i,4} - \frac{3}{4}\lambda_{i,3}^2}, \xi_{i,3}=0 \\ x_{i,k} = \mu_i + \xi_{i,k}\sigma_i \\ \omega_{i,k} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{i,k}(\xi_{i,1}-\xi_{i,2})} \quad k=1,2 \\ \omega_{i,3} = \frac{1}{n} - \frac{1}{\lambda_{i,4}-\lambda_{i,3}^2} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $i=1,2,\dots,n$; $\lambda_{i,3}$ 和 $\lambda_{i,4}$ 分别为随机变量 x_i 的偏度系数和峰度系数; σ_i 和 μ_i 分别为 x_i 的标准差和期望。

点估计法适用于输入随机变量相互独立的情况,若输入变量之间存在相关性,可利用第 1 节的方法进行处理。

3 基于最大熵的概率分布估计

任意随机变量 x 的熵定义为:

$$H(x) = - \int f(x) \ln[f(x)] dx \quad (8)$$

其中, $H(x)$ 和 $f(x)$ 分别为随机变量 x 的熵和概率密度函数。

利用最大熵原理 POME (Principle Of Maximum Entropy) 估计随机变量的概率密度函数的基本思路为: 给定随机变量 x 的相关统计信息, 建立约束条件下的最大熵优化模型, 在候选概率分布解集 $\Phi[f(x)]$ 中, 选择使 $H(x)$ 最大的 $f(x)$ 作为随机变量 x 的概率密度函数最优估计。POME 数学模型如下^[14-15]:

$$\max H(x)$$

$$\text{s.t. } E[\phi_n(x)] = \int \phi_n(x) f(x) dx = \mu_n^M \quad (9)$$

其中, $\phi_0(x)=1$, $\phi_n(x)$ ($n=1,2,\dots,N$) 为 $N+1$ 个已知函数, 称为基函数集; $\mu_0^M=1$, μ_n^M ($n=1,2,\dots,N$) 为给定的 $N+1$ 个随机变量 x 的相关统计信息。POME 模型的解可用 $\phi_n(x)$ 的函数进行表达:

$$f(x) = \exp \left[- \sum_{n=0}^N \lambda_n \phi_n(x) \right] \quad (10)$$

其中, λ_n ($n=0,1,\dots,N$) 为拉格朗日参数。求解模型式(8)~(10)得出拉格朗日参数, 即可获得概率密度函数 $f(x)$ 的最优估计。

本文选择幂函数形式 $\phi_n(x)=x^n$ ($n=0,1,\dots,N$) 作为 POME 模型的基函数集, 则 POME 模型变为:

$$f(x) = \exp \left(- \sum_{n=0}^N \lambda_n x^n \right) \quad (11)$$

$$\max \left\{ - \int f(x) \ln[f(x)] dx \right\}$$

$$\text{s.t. } E(x^n) = \int x^n f(x) dx = \mu_n^M \quad n=0,1,\dots,N \quad (12)$$

其中, μ_n^M ($n=0,1,\dots,N$) 为随机变量 x 的各阶几何矩。基于随机变量的各阶矩信息, 即可利用该模型对概率密度函数 $f(x)$ 进行最优估计。

4 含风电系统的电压稳定概率分析方法

4.1 风电功率模型

风速的概率分布可用双参数 Weibull 分布进行描述。风电场风速 v_i 的概率密度函数如式(13)所示:

$$f(v_i) = \frac{k_w}{c} \left(\frac{v_i}{c} \right)^{k_w-1} \exp \left[- \left(\frac{v_i}{c} \right)^{k_w} \right] \quad (13)$$

其中, k_w 和 c 分别为 Weibull 分布的形状参数和尺度参数。

风电机组输出功率与风速的函数关系为:

$$P_w = \begin{cases} 0 & v < v_{ci}, v > v_{co} \\ \frac{v^3 - v_{ci}^3}{v_R^3 - v_{ci}^3} P_R & v_{ci} \leq v \leq v_R \\ P_R & v_R < v \leq v_{co} \end{cases} \quad (14)$$

其中, v_{ci} 、 v_{co} 和 v_R 分别为切入风速、切出风速和额定风速; P_R 为风电机组额定功率。

4.2 负荷方向随机模型

电压稳定分析中, 通常选择各节点负荷作为负荷增长方向, 以保证各节点负荷功率因数不变且按同比例增加。由于系统测量、估计等方面的误差, 实际的节点负荷并不是常数, 存在一定的随机性, 可选择正态分布反映其随机特点。

假定节点 i 的有功负荷增长方向 I_{PLi} 满足以基态有功 P_{Li} 为均值、以 σ_{Li} 为标准差的正态分布, 则其概率密度函数如下^[8]:

$$f(I_{PLi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{Li}} \exp \left[- \frac{(I_{PLi} - P_{Li})^2}{2\sigma_{Li}^2} \right] \quad (15)$$

对应的无功负荷增长方向 I_{QLi} 由式(16)表示为:

$$I_{QLi} = I_{PLi} P_{Li} / Q_{Li} \quad (16)$$

其中, Q_{Li} 为节点 i 的基态无功功率。

4.3 负荷裕度非线性优化模型

负荷裕度为运行人员提供了系统从当前运行点到电压崩溃点距离的直观量度, 是评估系统电压稳定性的最有效指标。选择负荷裕度为目标函数, 同时计及系统等式和不等式约束, 构建计算最大负荷裕度的非线性优化模型如下^[16-19]:

$$\max \rho$$

$$P_{Gi} + P_{Wi} - P_{Li} - \rho I_{PLi} - U_i \sum_{j \in i} Y_{ij} U_j \cos \alpha_{ij} = 0$$

$$Q_{Ri} + Q_{Wi} - Q_{Li} - \rho I_{QLi} - U_i \sum_{j \in i} Y_{ij} U_j \sin \alpha_{ij} = 0$$

$$\text{s.t. } i, j \in S_B$$

$$\underline{P}_{Gi} \leq P_{Gi} \leq \bar{P}_{Gi} \quad i \in S_G \quad (17)$$

$$\underline{Q}_{Ri} \leq Q_{Ri} \leq \bar{Q}_{Ri} \quad i \in S_R$$

$$\underline{U}_i \leq U_i \leq \bar{U}_i \quad i \in S_B$$

$$\underline{S}_{ij} \leq S_{ij} \leq \bar{S}_{ij} \quad ij \in S_L$$

其中, $j \in i$ 表示节点 j 与节点 i 直接相连, 包括 $j=i$ 的情况; S_B 为系统节点集合; S_G 为发电机节点集合; S_R

为无功源集合; S_L 为支路集合; P_{Gi} 和 Q_{Ri} 分别为节点 i 的电源发出的有功和无功功率; P_{Wi} 和 Q_{Wi} 分别为节点 i 的风电输出有功、无功功率; P_{Li} 和 Q_{Li} 分别为节点 i 的有功负荷和无功负荷; ρ 为负荷增长系数,即负荷裕度; $\alpha_{ij}=\delta_i-\delta_j-\varphi_{ij}$; U_i 和 δ_i 分别为节点 i 的电压幅值和相角; Y_{ij} 和 φ_{ij} 分别为节点导纳矩阵对应位置的导纳元素幅值和相角; S_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的支路潮流大小;下划线变量和上划线变量分别对应各自变量的下限值和上限值。式中等式约束由含负荷裕度参数的扩展潮流方程组成,不等式约束由系统静态安全约束组成。

4.4 含风电系统电压稳定概率分析步骤

在负荷裕度优化模型中加入风电输出功率和节点负荷的随机特性,并采用概率方法进行求解,即可实现含风电系统电压稳定的概率分析评估。

本文假定风电场风速和节点负荷的概率分布参数已知,并给出相应的风速相关系数矩阵,则含风电系统的电压稳定概率分析具体步骤如下。

- a. 确定输入随机变量个数 n ,在独立标准正态空间 S 中对 n 个标准正态变量进行采样,并求解方程(7),形成基本采样点集 $F_1(S)$ 和对应权重系数集 ω 。
- b. 将 Weibull 分布参数和风速相关系数矩阵代入式(2) — (4),求得相应的变换矩阵 L 和多项式变换系数 $A_m=[a_{m1},a_{m2},\cdots,a_{mn}]^T(m=0,1,2,3)$ 。
- c. 将基本采样点集 $F_1(S)$ 代入式(5),得到输入随机变量的采样点集 $F_1(X)$ 。
- d. 将 $F_1(X)$ 代入负荷裕度非线性优化模型进行求解,得出对应的负荷裕度离散点集 $F_2(\rho)$ 。非线性优化模型采用预测-校正原对偶内点法进行求解。
- e. 将 ω 和 $F_2(\rho)$ 代入式(6),计算负荷裕度的各阶矩信息。
- f. 将负荷裕度各阶矩信息代入模型式(12)进行求解,即可得到负荷裕度概率分布的最优估计。

5 算例分析

5.1 系统概况

本文以 IEEE 30 和 IEEE 118 节点系统为基础,对含风电场的电力系统电压稳定进行概率分析,程序实现平台为 MATLAB R2009a,所用计算机的 CPU 主频为 2.1 GHz,内存为 2 GB。风电场按恒功率因数方式运行,各风电场原始相关参数如表 1 所示,表中接入台数列“/”前后数字分别表示 118 节点和 30 节点的标准接入台数,风电场原始相关系数矩阵 R_w 为:

$$R_w=\begin{bmatrix} 1 & 0.38 & 0.45 & 0.57 \\ 0.38 & 1 & 0.52 & 0.45 \\ 0.45 & 0.52 & 1 & 0.45 \\ 0.57 & 0.45 & 0.45 & 1 \end{bmatrix}$$

表 1 风电场相关参数
Table 1 Parameters of wind farms

风电场	接入台数	额定功率/ MW	切入风速/ (m·s ⁻¹)	切出风速/ (m·s ⁻¹)	额定风速/ (m·s ⁻¹)	k_w	$c/$ (m·s ⁻¹)
1	36/10	1.5	4	25	15	1.4	6.0
2	26/—	2.0	4	25	15	1.6	6.5
3	36/10	1.5	3	30	14	1.8	7.0
4	35/10	2.0	3	30	14	1.6	6.5

IEEE 测试系统数据参见文献[20],IEEE 30 节点系统中,风电场分别接入节点 9、25、28,系统总负荷为 189.2 MW;IEEE 118 节点系统中,风电场分别接入节点 23、39、114、117,系统总负荷为 3668 MW。

负荷增长方式为全网负荷同时增加,各节点负荷按基态功率因数等比例增长。各负荷分量服从以基态负荷为均值、标准差为 5% 的正态分布。

5.2 基于最大熵的概率分布估计结果

应用基于最大熵的概率分布估计方法对算例系统进行含风电系统的电压稳定裕度概率计算,得出相应的分布曲线,并同时与 40 000 次蒙特卡洛模拟结果进行对比分析。

图 1、2 和图 3、4 分别给出了 IEEE 30 和 118 节点系统在最大熵估计和蒙特卡洛模拟 2 种方法下对应的负荷裕度概率密度分布曲线和累计概率分布曲线,图中负荷裕度为标么值,后同。从图中可以看出,由最大熵估计方法得出的分布曲线较为合理地拟合了蒙特卡洛仿真结果。对比图 1 和图 3 中由最大熵估计方法得出的概率密度曲线可知,图 1 中的密度曲线发生了畸变,存在“翘尾现象”,而图 3 中的密度曲线变形较小,仅在其尾部有一定程度的收缩。结合 5.1 节的算例数据可知,IEEE 30 节点系统的风电接入比例大于 IEEE 118 节点系统,这表明非正态变量比例的增加会对最大熵概率分布估计结果产生影响。观察图 2 和图 4 可知,2 种方法所得累计概率分布曲线较为接近,较好地反映了负荷裕度的累积分布特性。

表 2 给出了服从 Weibull 分布的风电场风速随机变量多项式正态变换系数,相应的变换矩阵 L 为:

$$L=\begin{bmatrix} 0.9985 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3978 & 0.9167 & 0 & 0 \\ 0.4673 & 0.3783 & 0.7989 & 0 \\ 0.5882 & 0.2514 & 0.1160 & 0.7590 \end{bmatrix}$$

表 3 给出了基于最大熵的概率分布估计参数,可用对应的估计函数描述负荷裕度的概率密度分布。表 4 给出了 2 种方法下不同算例系统的负荷裕度均值(标么值,后同)、标准差(标么值,后同)以及 2 种方法计算结果的相对误差。由表 4 数据可得,均值的相对误差都小于 1%,标准差的相对误差都小于 4%,计算精度令人满意,在工程应用的误差要求范

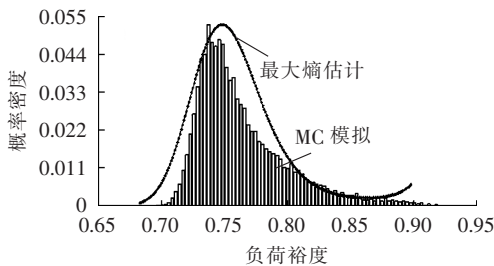


图 1 IEEE 30 节点系统负荷裕度概率密度分布
Fig.1 Probabilistic density distribution of load margin of IEEE 30-bus system

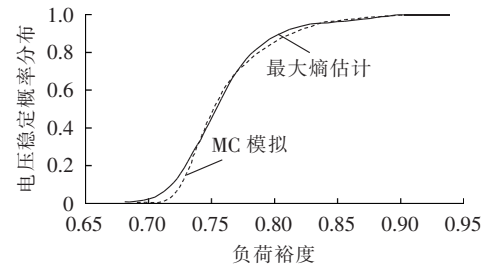


图 2 IEEE 30 节点系统负荷裕度累计概率分布
Fig.2 Cumulative probabilistic density distribution of load margin of IEEE 30-bus system

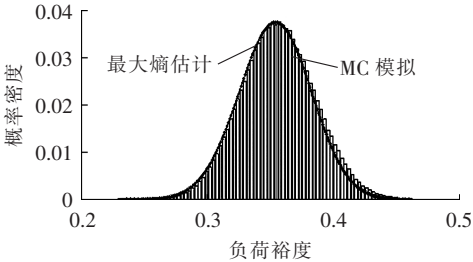


图 3 IEEE 118 节点系统负荷裕度概率密度分布
Fig.3 Probabilistic density distribution of load margin of IEEE 118-bus system

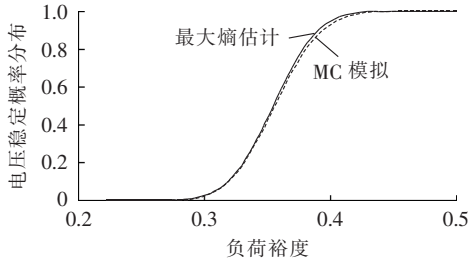


图 4 IEEE 118 节点系统负荷裕度累计概率分布
Fig.4 Cumulative probabilistic density distribution of load margin of IEEE 118-bus system

围之内。表 5 给出了 2 种方法下的计算仿真规模和计算时间。由表 5 可得,最大熵估计方法的计算时间仅为蒙特卡洛方法的 0.14% 和 0.6%,大幅节省了计算时间且能获得较为满意的计算结果,为电压稳定概率分析方法的工程实际应用实现提供了可能性。

5.3 风电参数影响分析

为了研究风速概率密度函数变化和风速相关系数矩阵变化对电压稳定裕度的影响,本节假设在不同

表 2 风速随机变量多项式正态变换系数
Table 2 Polynomial normal transformation coefficients of wind speed random variables

风电场	风速随机变量多项式正态变换系数			
	a_0	a_1	a_2	a_3
1	4.6356	3.7838	0.8329	0.0004
2	5.1800	3.7047	0.6477	-0.0292
3	5.7153	3.6386	0.5098	-0.0449
4	5.1800	3.7047	0.6477	-0.0292

表 3 基于最大熵原理的概率分布估计参数
Table 3 Parameters of probability distribution estimation based on maximum entropy

系统	拉格朗日参数			
	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3
IEEE 30 节点	2032.49	-7654.03	9552.22	-3953.03
IEEE 118 节点	62.1255	-330.315	315.909	283.526

表 4 两算例系统计算结果及误差分析
Table 4 Calculative results and error analysis for two case systems

系统	计算方法	负荷裕度		负荷裕度相对误差/%	
		均值	标准差	均值	标准差
IEEE 30 节点	MC 模拟	0.7631	0.03658	0.3921	3.6351
	最大熵估计	0.7601	0.03796		
IEEE 118 节点	MC 模拟	0.3565	0.02939	0.8353	3.1159
	最大熵估计	0.3535	0.02848		

表 5 两算例系统仿真规模和计算时间
Table 5 Simulation scale and calculation time of two case systems

计算方法	IEEE 30 节点系统		IEEE 118 节点系统	
	样本数	计算时间/s	样本数	计算时间/s
MC 模拟	40000	1227.37	40000	7748.62
最大熵估计	17	1.73778	245	47.3235

风速分布参数和相关系数矩阵组合下对电压稳定问题进行概率求解和结果分析,得出风电参数变化对电压稳定裕度概率分布所带来的影响。

本节以 IEEE 118 节点系统为研究对象,分别以表 1 的风电场原始风速参数和原始相关系数矩阵 R_W 为标准,同方向增加或减小风速分布参数数值和相关系数矩阵中的元素数值,分别形成以下 3 个新风速参数场景和 3 个新相关系数矩阵场景;风速参数场景取名为“较小风速场景”、“较大风速场景 1”和“较大风速场景 2”,各场景的具体参数如表 6 所示;相关系数矩阵场景取名为“零相关系数矩阵”、“较小相关系数矩阵”和“较大相关系数矩阵”,其中“零相关系数矩阵”用 4 阶单位矩阵 $I_{4 \times 4}$ 描述,“较小相关系数矩阵”和“较大相关系数矩阵”分别用 R_{WS} 和 R_{WL} 描述,各系数矩阵参数如下:

$$R_{WS} = \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.33 & 0.42 \\ 0.25 & 1 & 0.37 & 0.33 \\ 0.33 & 0.37 & 1 & 0.33 \\ 0.42 & 0.33 & 0.33 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{WL}=\begin{bmatrix} 1 & 0.51 & 0.56 & 0.67 \\ 0.51 & 1 & 0.62 & 0.55 \\ 0.56 & 0.62 & 1 & 0.56 \\ 0.67 & 0.55 & 0.56 & 1 \end{bmatrix}$$

表 6 不同场景下的风速分布参数

Table 6 Parameters of wind speed distribution for different cases

风电场	较小风速场景		额定风速场景		较大风速场景 1		较大风速场景 2	
	k_w	$c/(m\cdot s^{-1})$	k_w	$c/(m\cdot s^{-1})$	k_w	$c/(m\cdot s^{-1})$	k_w	$c/(m\cdot s^{-1})$
1	1.3	5.5	1.4	6.0	1.8	7.0	2.0	8.0
2	1.5	6.0	1.6	6.5	1.8	7.0	1.9	8.0
3	1.7	6.5	1.8	7.0	1.8	7.0	1.9	7.5
4	1.5	6.0	1.6	6.5	1.6	6.5	1.8	7.5

图 5 为不同风速参数场景下计算得出的负荷裕度概率密度曲线。观察图中曲线,可以看出风速参数对概率密度分布的影响;随着风速参数的逐渐增大,概率密度曲线朝着扁平化的趋势发展,曲线顶点对应的概率密度数值逐渐减小,负荷裕度数值逐渐增大。这说明风速参数的增加有助于系统负荷裕度的提高,但随着风速参数的增加,负荷裕度随机变量的变化也逐渐变大,风速变化所带来的波动性更加明显。

表 7 所示为不同风速参数和风速相关系数矩阵

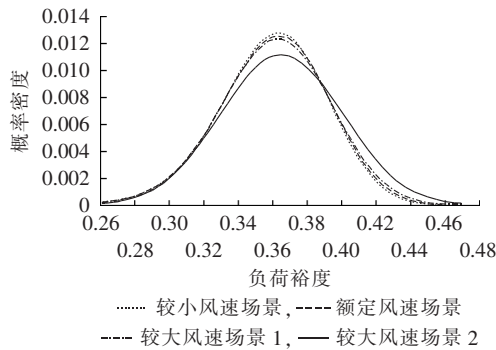


图 5 不同风速下的负荷裕度概率密度曲线

Fig.5 Probabilistic density curve of load margin for different wind speeds

组合下的负荷裕度计算结果,通过对比表中数据,验证了图 5 所得相关结论的正确性。由上述分析可知,在选择风能资源时,并不能只考虑风资源本身的变化因素,还要考虑所接入系统的电压稳定承受能力等影响因素,这样才能将风能资源和所接系统进行合理的匹配。

表 7 中还给出风速相关系数矩阵变化时的负荷裕度模型计算结果。观察表中数据可知,相关系数变化会对负荷裕度计算结果产生影响;随着风速相关性增加,有些负荷裕度均值逐渐减小,有些负荷裕度均值先减后增,相关系数的变化引起负荷裕度均值的变化;随着相关系数增大,负荷裕度标准差逐渐增大,表明其波动更加明显。因此在负荷裕度概率分析时,不能忽略风速相关性,必须加以考虑,否则分析结果与实际情况偏差较大,不能正确反映负荷裕度变化的概率特性。本文方法所得结果和蒙特卡洛模拟所得结果的相对误差如表 7 所示。从表中可以看出,采用本文方法所得的负荷裕度结果与蒙特卡洛模拟所得结果较为接近,结果均值误差较小,标准差误差偏大,但均在可接受范围之内,可认为本文方法所得结果正确有效。综上可知,采用基于多项式正态变换的点估计法能较好地处理风速相关性问题的分析求解。

5.4 风电场接入容量影响分析

随着风电场的发展,风电容量的接入比例会越来越大,本节就不同的风电接入比例对负荷裕度概率模型进行求解,观察容量变化带来的影响。标准风电接入容量为 230 MW,考虑不同的标准接入容量倍数,得到不同风电接入比例下的负荷裕度均值和标准差,具体数据如表 8 所示。可以看出,风电比例越高,负荷裕度的均值和标准差均有所增加,这是因为一方面风电的接入提供了电源支持,使得负荷裕度水

表 7 不同风电参数组合下的负荷裕度模型计算结果

Table 7 Calculative results of load margin for different wind power parameter combinations

风速参数场景	相关系数矩阵场景	均值		标准差		相对误差/%	
		MC 模拟	最大熵估计	MC 模拟	最大熵估计	均值	标准差
较小风速场景	零相关系数矩阵	0.3607	0.3570	0.0302	0.0287	1.0218	4.9669
	较小相关系数矩阵	0.3603	0.3555	0.0308	0.0289	1.3170	6.1688
	原始相关系数矩阵	0.3603	0.3549	0.0312	0.0291	1.4985	6.7308
	较大相关系数矩阵	0.3603	0.3543	0.0313	0.0294	1.6707	6.0703
原始风速场景	零相关系数矩阵	0.3610	0.3573	0.0305	0.0288	1.0147	5.5738
	较小相关系数矩阵	0.3609	0.3558	0.0310	0.0290	1.4168	6.4516
	原始相关系数矩阵	0.3608	0.3550	0.0313	0.0292	1.5900	6.7093
	较大相关系数矩阵	0.3607	0.3545	0.0316	0.0295	1.6929	6.6456
较大风速场景 1	零相关系数矩阵	0.3614	0.3577	0.0303	0.0290	1.0348	4.2904
	较小相关系数矩阵	0.3612	0.3561	0.0311	0.0291	1.4052	6.4309
	原始相关系数矩阵	0.3613	0.3554	0.0314	0.0293	1.6252	6.6879
	较大相关系数矩阵	0.3613	0.3549	0.0316	0.0297	1.7555	6.0127

表 8 不同风电接入容量下的负荷裕度模型计算结果

Table 8 Calculative results of load margin for different wind power penetration capacities

风电接入 容量 /MW	风电比例 /%	均值		标准差		相对误差 /%	
		MC 模拟	最大熵估计	MC 模拟	最大熵估计	均值	标准差
230	6.27	0.3565	0.3535	0.029 4	0.028 5	0.8353	3.1159
460	12.54	0.3607	0.3550	0.031 4	0.029 2	1.5811	6.7093
690	18.81	0.3638	0.3567	0.034 1	0.037 2	1.9515	8.3188
920	25.08	0.3670	0.3585	0.036 4	0.037 8	2.3096	3.7360
1 150	31.35	0.3697	0.3602	0.039 5	0.038 6	2.5702	2.0703

平有所提高,但是由于风电固有的随机特性,容量的增加也让波动更加明显,标准差随之增大。因此,如何有效地减小风电波动性带来的影响是大规模利用风电必须考虑的问题,否则大量的风电接入会给系统运行的稳定性造成不利的影响。

5.5 风电场功率因数影响分析

风电场发电控制通常采用恒功率策略,不同的功率因数设定值对负荷裕度有所影响。本节采用最大熵估计法快速求解不同功率因数下的负荷裕度模型,计算结果如表 9 所示。表中负功率因数表示风电场需要消耗无功。

表 9 不同功率因数下的负荷裕度计算结果

Table 9 Calculative results of load margin for different power factors

相关系数矩阵场景	功率因数	均值	标准差
较小相关 系数矩阵	-0.80	0.361 970 67	0.030 803 63
	-0.90	0.361 983 45	0.030 801 95
	0.80	0.361 983 41	0.030 799 54
	0.90	0.361 991 79	0.030 795 40
原始相关 系数矩阵	-0.80	0.360 156 36	0.031 510 23
	-0.90	0.360 166 44	0.031 506 74
	0.80	0.360 168 06	0.031 505 64
	0.90	0.360 173 96	0.031 499 73
较大相关 系数矩阵	-0.80	0.358 888 33	0.032 545 95
	-0.90	0.358 896 06	0.032 540 07
	0.80	0.358 899 39	0.032 540 89
	0.90	0.358 902 85	0.032 532 64

由表 9 可以看出,随着功率因数的增加,负荷裕度均值逐渐增加,标准差逐渐减小。这是因为随着功率因数的增加,整个风电场的无功消耗逐渐降低,无功输出逐渐增加。由于风电场能够向系统提供无功,因此系统的电压稳定情况得以改善,电压稳定裕度有所增加,能够承受更大的系统变化,在同样的有功波动情况下,能使电压稳定裕度的均值更大,而标准差更小,电压稳定特性更加优良。表中还给出了不同相关系数矩阵条件下,功率因数变化时的负荷裕度计算结果,不同条件下的计算结果变化趋势一致,验证了前述的原因分析。

6 结论

本文提出了一种基于多项式正态变换和最大熵

估计的含风电系统电压稳定概率分析方法。该方法结合多项式正态变换、点估计法以及最大熵估计,能够对考虑相关性的含风电系统电压稳定问题进行完整的概率分析,得出全面的概率信息。本文将风电输入功率和节点负荷功率视为随机变量,以蒙特卡洛模拟作为评价标准,验证了本文算法的计算精度,讨论了不同风速参数、相关系数矩阵变化、不同风电接入容量以及风电场功率因数变化对电压稳定裕度的影响。算例分析结果表明,基于多项式正态变换和最大熵估计的电压稳定概率分析方法能够获得正确的负荷裕度概率分布,且与蒙特卡洛模拟相比,具有更高的计算效率,能够满足负荷裕度概率信息及时获取的要求,为运行人员控制决策提供了重要参考。

参考文献:

[1] USAOL A J. Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion[J]. Electrical Power and Energy Systems,2009,31(9):474-481.

[2] USAOLA J. Probabilistic load flow with correlated wind power injections[J]. Electric Power Systems Research,2010,80(5):528-536.

[3] 蔡德福,石东源,陈金富. 基于多项式正态变换和拉丁超立方采样的概率潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报,2013,33(13):92-100.

CAI Defu,SHI Dongyuan,CHEN Jinfu. Probabilistic load flow calculation method based on polynomial normal transformation and latin hypercube sampling[J]. Proceedings of the CSEE,2013,33(13):92-100.

[4] 杨欢,邹斌. 含相关性随机变量的概率潮流三点估计法[J]. 电力系统自动化,2012,36(15):51-56.

YANG Huan,ZOU Bin. A three-point estimate method for solving probabilistic power flow problems with correlated random variables[J]. Automation of Electric Power Systems,2012,36(15):51-56.

[5] MORALES J M,BARINGO L,CONEJO A J,et al. Probabilistic power flow with correlated wind sources[J]. IET Proceedings-Generation,Transmission and Distribution,2010,4(5):641-651.

[6] 吴蓓,张焰,陈闽江. 点估计法在电压稳定性分析中的应用[J]. 中国电机工程学报,2008,28(25):38-43.

WU Bei,ZHANG Yan,CHEN Minjiang. Application of point estimate method to voltage stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE,2008,28(25):38-43.

[7] 王敏,丁明. 考虑分布式电源的静态电压稳定概率评估[J]. 中国电机工程学报,2010,30(25):17-22.

WANG Min,DING Ming. Probabilistic evaluation of static voltage stability taking account of distribute generation[J]. Proceedings of

- the CSEE,2010,30(25):17-22.
- [8] 鲍海波,韦化.考虑风电的电压稳定概率评估的随机响应面法[J].中国电机工程学报,2012,32(13):77-85.
BAO HaiBo,WEI Hua. A stochastic response surface method for probabilistic evaluation of the voltage stability considering wind power[J]. Proceedings of the CSEE,2012,32(13):77-85.
- [9] LI Hongxin,CAI Defu,LI Yinghong. Probabilistic assessment of voltage stability margin in presence of wind speed correlation[J]. Journal of Electrical Engineering and Technology,2013,8(4):719-728.
- [10] HEADRICK T C. Fast fifth-order polynomial transforms for generating univariate and multivariate nonnormal distributions[J]. Computational Statistics & Data Analysis,2002,40(4):685-711.
- [11] XINGYUAN C,YEOU-KOUNG T. Investigation of polynomial normal transform[J]. Structural Safety,2003,25(4):423-445.
- [12] YOSHIMI G,MASANOBU K. Incorporation of Weibull distribution in L-moment method for regional frequency analysis of peaks-over-threshold wave heights[C]//The 32nd International Conference on Coastal Engineering. Shanghai,China;Coastal Engineering,2010:1-11.
- [13] MORALES J M,PEREZ-RUIZ J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2007,22(4):1594-1601.
- [14] SMITH C R,ERICKSON G J,NEUDORFER P O. Maximum entropy and Bayesian methods[M]. Seattle,Washington,USA:Springer Netherlands,1991:221-233.
- [15] ZHANG J F,TSE C T,WANG W,et al. Voltage stability analysis based on probabilistic power flow and maximum entropy[J]. IET Proceedings-Generation,Transmission and Distribution,2010,4(4):530-537.
- [16] 韦化,丁晓莺.基于现代内点理论的电压稳定临界点算法[J].中国电机工程学报,2002,22(3):27-31.
WEI Hua,DING Xiaoying. An algorithm for determining voltage stability critical point based on interior point theory[J]. Proceedings of the CSEE,2002,22(3):27-31.
- [17] IRISARRI G D,WANG X,TONG J,et al. Maximum loadability of power systems using interior point nonlinear optimization method[J]. IEEE Transactions on Power Systems,1997,12(1):162-172.
- [18] 郭瑞鹏,韩祯祥.计算最近电压崩溃点的实用算法[J].电网技术,2006,30(3):13-17.
GUO Ruipeng,HAN Zhenxiang. A practical algorithm for calculating the closest point of collapse[J]. Power System Technology,2006,30(3):13-17.
- [19] SCHELLENBERG A,ROSEHART W,AGUADO J A. Cumulant-based stochastic nonlinear programming for variance constrained voltage stability analysis of power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2006,21(2):579-585.
- [20] ZIMMERMAN R,MURILLO-SANCHEZ C E. MATPOWER 4.1: user's manual[M]. Ithaca,NY,USA:Power Systems Engineering Research Center(PERC),2011:86-95.
- [21] 刘文霞,李盈枝,李鹤,等.考虑经济约束的西部山区风电接纳能力研究[J].电力自动化设备,2014,34(8):19-24,30.
LIU Wenxia,LI Yingzhi,LI He,et al. Wind power accommodation capability considering economic constraints for western mountain areas[J]. Electric Power Automation Equipment,2014,34(8):19-24,30.
- [22] 姜欣,陈红坤,向铁元,等.考虑调峰特性的电网风电接入能力分析[J].电力自动化设备,2014,34(12):13-18,25.
JIANG Xin,CHEN Hongkun,XIANG Tieyuan,et al. Wind power penetration capacity considering peak regulation characteristics[J]. Electric Power Automation Equipment,2014,34(12):13-18,25.

作者简介:



谢应昭

谢应昭(1987—),男,重庆人,博士研究生,从事电力系统运行与控制方面的研究(E-mail:xie_ying_zhao@163.com);

卢继平(1960—),男,北京人,教授,博士研究生导师,博士,研究方向为电力系统自动化、新能源并网控制。

Probabilistic voltage stability analysis based on polynomial normal transformation and maximum entropy estimation for power system containing wind power

XIE Yingzhao,LU Jiping

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University,Chongqing 400044,China)

Abstract: A method of probabilistic analysis based on the polynomial normal transformation and maximum entropy estimation is proposed for the power system containing wind power to reasonably consider the influence of random variable correlation on the voltage stability analysis and obtain the probability distribution information of load margin. The polynomial normal transformation is adopted to deal with the correlation among input variables and the point estimation is used to transform the probabilistic voltage stability analysis into the deterministic nonlinear optimization model of load margin for solving. The statistic characteristics of load margin are calculated and the probability density function of load margin is estimated by the maximum entropy estimation. The influence of wind speed,correlation coefficient matrix,wind power penetration capacity and wind farm power factor on the probabilistic characteristics of load margin is discussed. Case analysis shows that,the proposed method has satisfactory calculation accuracy and high calculation efficiency,meeting the requirement of timely system information acquisition.

Key words: polynomial normal transformation; point estimate method; maximum entropy principle; load margin; wind power; stability; probability; probability density function