计及风电随机激励的电力系统暂态稳定分析

蒋长江[1],刘俊勇[1],刘友波[1],许立雄[1],刘　洋[1],朱国俊[2]
(1. 四川大学 电气信息学院,四川 成都 610065;
2. 国网四川省电力公司电力经济研究院,四川 成都 610041)

摘要: 为了探讨风电随机激励对电力系统暂态稳定的影响,提出一种基于随机微分理论对含风电电力系统进行建模和稳定分析的方法。首先将异步风机机械功率作为随机激励,在暂态过程中利用伊藤型随机微分方程对异步风机的转子运动方程进行建模,将传统的微分代数方程模型扩展成随机微分代数方程模型;然后针对新的模型,通过时域仿真进行求解,分析风电功率随机波动对电力系统暂态过程的影响。算例结果表明:相比于确定性和概率性暂态稳定分析方法,所提方法能够更好地揭示风电不确定性对电力系统暂态稳定性的影响。

关键词: 风电; 风电随机激励; 暂态稳定; 随机微分代数方程; 数值积分; 临界切除时间; 稳定性
中图分类号: TM 712　　**文献标识码:** A　　DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2016.03.016

0 引言

风力发电作为可再生能源,近年来得到快速发展。但大规模风电并网改变了传统电力系统的本征结构和物理特性,由于风电具有随机性和波动性,其对电网安全稳定运行影响日益突显[1-2]。相比于常规同步机组,风电机组有不同的动态特性,因此风电接入给电力系统暂态安全稳定性带来一定影响。如何对含风电电力系统进行有效的建模,并考虑风电的随机波动性对系统暂态稳定的影响,对系统安全稳定运行及规划设计意义重大。

目前,已有研究从以下两方面对含风电的电力系统的暂态稳定性进行分析:其一,基于确定性微分代数方程 DAE(Differential Algebraic Equations)的暂态稳定性研究[3-6],它是在传统模型的基础上扩充风机模型,建立含风力机组暂态仿真模型,通过确定性的时域仿真[3-4]、扩展等面积法则[5-6]研究风电对系统暂态稳定的影响;其二,基于概率微分代数方程 PDAE(Probabilistic Differential Algebraic Equations)的暂态稳定性研究[7-8],它是在上述确定性暂态稳定模型基础上,考虑风电初始参数不确定性,建立包含风电的暂态概率稳定性模型,通过分析风电场群接入系统的暂态稳定概率统计特性,揭示风电出力的不确定性对系统暂态稳定的影响。上述2种方法丰富了含风电电力系统的暂态稳定性研究,但确定性模型只研究风机和常规发电机耦合电力系统的动力学特性,未考虑风功率的随机波动对暂态稳定的影响;概率性模型只计及初始时刻的系统不确定参数带来的影响,其本质依然是利用确定性的方法进行仿真,给出系统稳定的概率统计结果,无法从本质上描述风电的不确定性对系统动态过程的每一个时刻的影响。在暂态过程中,风电功率的随机波动不能忽略,可能引起系统平衡点漂移,系统出现失稳风险,因此需要将风电的随机波动性引入确定性微分方程,建立更加精细全面的模型刻画风电随机性对系统暂态稳定性的影响。

含风电电力系统其实质是随机混合系统,随机微分理论是描述随机混合系统动态特性的最好方法[9-11]。目前随机微分理论已经应用于电力系统稳定性研究,文献[12-13]以可再生能源发电和电动汽车接入电网后所引起的功率波动作为随机激励,利用随机微分方程描述随机激励下电力系统的响应特性。文献[14]对含风电系统进行随机微分方程建模,证明并分析风电随机激励对小干扰稳定的影响。文献[15]定义了一种本质上描述电力系统不确定性仿真的数学模型:随机微分代数方程 SDAE(Stochastic Differential Algebraic Equations)。相较于概率微分代数方程模型,该模型不仅可以描述系统的初值的不确定性,也可以描述不确定性对系统整个动态过程的影响。文献[16]将故障和负荷的不确定性通过不同类型随机微分方程建模,给出了随机暂态稳定时域仿真模型。文献[17]通过建立随机能量函数描述负荷的不确定性对系统暂态稳定的影响。风电作为电力系统重要的随机“源”,利用随机微分理论研究含风电电力系统暂态稳定性目前已成为国内外研究热点。

基于以上研究背景,本文将随机微分理论引入对含风电电力系统的暂态稳定性的研究,初步探讨风电的随机波动性对电力系统暂态稳定的影响。首先将风机机械功率作为随机激励源,建立含风电电力系统的随机微分代数方程模型,然后利用所提数值求解方法进行时域仿真,得到系统各个变量的随机

收稿日期:2015-02-08;修回日期:2016-01-07
基金项目:国家自然科学基金资助项目(51261130472);英国阿尔斯通公司国际合作项目(11H0207)
Project supported by the National Natural Science Foundation of China(51261130472) and the British Company Alstom International Research Cooperation Projects(11H0207)

仿真轨迹，并且进行暂态稳定判定，获得系统在不同风电波动下的暂态稳定概率，更加全面地刻画风电不确定性对系统暂态稳定性影响。最后，通过改进的含异步风机的 3 机 9 节点系统验证本文所提模型和算法的正确性和有效性。

1　随机微分理论

1.1　伊藤型随机微分方程

随机微分方程是随机量驱动的微分方程，是描述系统随时间变化的不确定性动态行为。其中伊藤型随机微分方程是现有最常用的随机微分方程，n 维伊藤型随机微分方程形式如下[18]：

$$\begin{cases} \mathrm{d}\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t)=\boldsymbol{\mu}(\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t),t)\mathrm{d}t+\boldsymbol{\beta}(\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t),t)\mathrm{d}\widetilde{\boldsymbol{W}}(t) \quad t\in[t_0,T] \\ \widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t_0)=\widetilde{\boldsymbol{\psi}}_0,\ \widetilde{\boldsymbol{W}}(t_0)=0 \end{cases} \tag{1}$$

其中，$\boldsymbol{\mu}:\mathbf{R}^{n_x}\times\mathbf{R}^{+}\rightarrow\mathbf{R}^{n_x}$ 为漂移系数，$\boldsymbol{\beta}:\mathbf{R}^{n_x}\times\mathbf{R}^{+}\rightarrow\mathbf{R}^{n_x}\times\mathbf{R}^{n_W}$ 为扩散系数，$\boldsymbol{\mu}$、$\boldsymbol{\beta}$ 都是 Borel 可测函数；$\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t)$ 为 n 维矢量随机变量，$\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t)=[\psi_1(t),\psi_2(t),\cdots,\psi_n(t)]^{\mathrm{T}}$；$\widetilde{\boldsymbol{W}}(t)$ 为 n 维维纳过程，$\widetilde{\boldsymbol{W}}(t)=[W_1(t),W_2(t),\cdots,W_n(t)]^{\mathrm{T}}$；$\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t_0)$ 为 n 维矢量随机变量的初值，$\widetilde{\boldsymbol{\psi}}(t_0)=[\psi_1(t_0),\psi_2(t_0),\cdots,\psi_n(t_0)]^{\mathrm{T}}$；$\widetilde{\boldsymbol{W}}(t_0)$ 为 n 维维纳过程的初值，其值为 0。

1.2　维纳过程

维纳过程 $W(t)$ 是应用概率论中最常用的随机过程之一，它广泛用于描述系统的不确定性行为。在实际应用时，由多随机因素造成的随机过程，一般可以近似地用维纳过程描述[18]。维纳过程的性质如下[18]：

a. 初值和均值都为 0，$W(0)=E[W(t)]=0$，方差呈线性增长；

b. 具有平稳独立增量，增量在任意时刻 $W(t+h)-W(t)\sim\sqrt{h}\,\mathrm{N}(0,1)$，其中，$h>0$，$\mathrm{N}(0,1)$ 是正态分布；

c. 维纳过程连续不可微，但存在形式导数 $\xi(t)=\mathrm{d}W(t)/\mathrm{d}t$，$\xi(t)$ 为高斯白噪声过程。

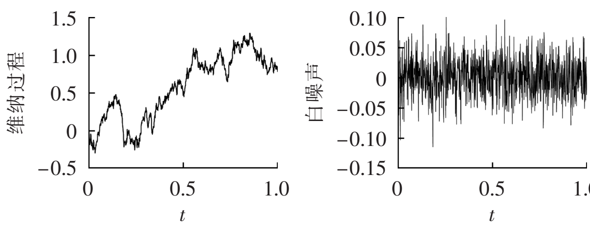
上式中，当 $t_0\leqslant t_1\leqslant\cdots\leqslant t_{j-1}\leqslant t_j$，则 $h=(t_j-t_0)/j$，$W(t_1)-W(t_0)$、$\cdots$、$W(t_j)-W(t_{j-1})$ 是相互独立的随机量。取 $j=1\,000$，在区间 $[0,1]$ 模拟满足上述性质的一条离散的维纳路径如图 1(a) 所示，其形式导数是高斯白噪声，如图 1(b) 所示。

1.3　数值计算方法

对于随机微分方程，大多数方程不能求得解析表达式，其解是随机过程。与常微分方程一样，只能通过数值积分的方法获得解过程的轨迹，近似得到解。常见的方法是欧拉数值积分法，其形式如下：

$$\boldsymbol{\psi}_{n+1}=\boldsymbol{\psi}_n+h[a\boldsymbol{\mu}_{n+1}+(1-a)\boldsymbol{\mu}_n]+\boldsymbol{\beta}_n\Delta W_n \tag{2}$$

其中，$\boldsymbol{\mu}_{n+1}=\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\psi}_{n+1},t_{n+1})$；$\boldsymbol{\mu}_n=\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{\psi}_n,t_n)$；$\boldsymbol{\beta}_n=\boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\psi}_n,t_n)$；$\Delta W_n=W(t_{n+1})-W(t_n)\sim\mathrm{N}(0,h)$；积分步长 $h=T/N$。当取不同值时，表示不同的数值积分方法，如表 1 所示。



(a) 维纳过程　　(b) 高斯白噪声

图 1　维纳过程以及高斯白噪声

Fig.1　Wiener process and Gaussian white noise

表 1　不同类型的数值积分方法

Table 1　Different types of numerical integration method

方法	θ	类型	阶数
欧拉法	0	显式	1
梯形积分法	0.5	半隐式	1
向后欧拉法	1.0	隐式	2

与常微分方程相同，利用数值积分的方法求解随机微分方程时，往往关注数值解的精度。对于数值精度有 2 种评价标准：其一是数值解的轨迹是否充分接近真实解的轨迹，这种标准是数值方法的强收敛性；其二是考虑解过程各阶矩的近似程度，这种标准是数值方法的弱收敛性。其强收敛性和弱收敛性定义详见文献[18]。

以上是随机微分理论的预备知识，下面对含风电系统进行随机微分方程建模，并对其进行数值求解，研究风电随机波动对电力系统暂态稳定的影响。

2　含风电系统随机微分代数方程建模

2.1　异步风机随机微分方程建模

本文忽略了风机的风轮模型和传动链模型以及控制系统模型，仅建立异步风机随机微分方程模型，包括风机机械功率随机微分模型，异步风机机电暂态模型以及电磁暂态模型。

(1) 风机机械功率随机微分方程模型。

风电场风速在短时间内随机波动持续地影响风机的机械功率变化，可以将风机的机械功率分为确定部分和随机波动部分。对于确定性的部分，风机在暂态过程中，风机机械功率主要受控制系统影响[6]，由于风机的类型较多，控制系统不同，很难统一给出机械功率初值 P_{m0} 的具体表达式。本文针对最简单的鼠笼式异步风机进行建模，因此忽略了风机的控制系统，将暂态过程较短时间内机械功率确定性部分视为恒定值，与初始稳态电磁功率相等。对于随机波动部分，在短时间内，其主要受风速的随机波动影响[19]，与文献[20]相同，可以近似将风电机组的机械功率随机波动部分视为具有平稳独立增量的维纳过程。综上，本文将风机的机械功率视为随机激励，本文用伊藤型随机微分方程对风电机组的机械功率进行建

模,具体如下:

$$\begin{cases} P_{\mathrm{m}}(t)=P_{\mathrm{m0}}+\Delta P_{\mathrm{m}}(t) \\ \mathrm{d}\Delta P_{\mathrm{m}}(t)=\sigma P_{\mathrm{m0}}\mathrm{d}W(t) \end{cases} \tag{3}$$

其中,P_{m} 为风机机械功率;$W(t)$ 为维纳过程;P_{m0} 为机械功率的初值,即确定性部分;$\Delta P_{\mathrm{m}}(t)$ 为随机波动部分;σ 为扩散系数,用百分数表示风机机械功率波动强度。

(2) 风电机组的转子运动方程。

以异步风机转子转速 ω_{r} 为状态变量,标幺值条件下异步风机的转子运动方程为:

$$T_{\mathrm{j}}\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=\frac{P_{\mathrm{m}}-P_{\mathrm{e}}}{\omega_{\mathrm{r}}} \tag{4}$$

其中,T_{j} 为惯性时间常数;P_{e} 为电磁功率。将式(3)代入式(4)得到异步风机转子运动随机微分方程为:

$$\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}=\frac{P_{\mathrm{m0}}-P_{\mathrm{e}}}{T_{\mathrm{j}}\omega_{\mathrm{r}}}+\frac{\sigma P_{\mathrm{m0}}}{T_{\mathrm{j}}\omega_{\mathrm{r}}}W(t) \tag{5}$$

(3) 异步发电机电磁暂态模型。

由于异步风电机组是异步发电机,其定子绕组的暂态过程比转子绕组的电磁暂态过程快得多,更比电力系统暂态过程快得多[21]。因此本文的异步风机模型忽略了定子绕组的电暂态过程,仅考虑在以同步转速 ω_{s} 旋转的 d–q 坐标轴下转子电磁暂态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{E}'_d=\dfrac{1}{T'_0}[E'_d-(X-X')i_q]+\omega_{\mathrm{s}}(1-\omega)E'_q \\ \dot{E}'_q=\dfrac{1}{T'_0}[E'_q-(X-X')i_d]+\omega_{\mathrm{s}}(1-\omega)E'_d \end{cases} \tag{6}$$

定子电压方程:

$$\begin{cases} U_q=E'_q-r_{\mathrm{s}}i_q-X'i_d \\ U_d=E'_d-r_{\mathrm{s}}i_d-X'i_q \end{cases} \tag{7}$$

电磁功率方程:

$$P_{\mathrm{e}}=E'_d i_d+E'_q i_q \tag{8}$$

其中,$X=x_{\mathrm{s}}+x_{\mathrm{m}}$,$X'=x_{\mathrm{s}}+\dfrac{x_{\mathrm{r}}x_{\mathrm{m}}}{x_{\mathrm{r}}+x_{\mathrm{m}}}$,$r_{\mathrm{s}}$、$x_{\mathrm{s}}$、$r_{\mathrm{r}}$、$x_{\mathrm{r}}$、$x_{\mathrm{m}}$ 分别为定子电阻、定子电抗、转子电阻、转子电抗以及励磁电抗标幺值;ω 为同步发电机转速;E'_d、E'_q、T'_0、i_q、i_d 参数定义详见文献[22];U_q、U_d 分别为风机的交轴、直轴定子电压。

2.2 同步发电机和功率平衡方程建模

同步发电机计及励磁系统的动态特性,考虑其常用的三阶模型,其模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\delta}=\omega_0\omega \\ T_{\mathrm{j}}\dot{\omega}=P_{\mathrm{m}}-P_{\mathrm{e}}-D\omega \\ T'_{d0}\dot{E}'_{q\mathrm{g}}=E_{\mathrm{fd}}-E'_{q\mathrm{g}}-(X_d-X'_d)I_d \end{cases} \tag{9}$$

其中,状态变量 δ、$E'_{q\mathrm{g}}$ 分别为同步发电机功角以及 q 轴暂态电势;其他参数见文献[22]。

各节点功率平衡方程表示如下:

$$\begin{cases} \Delta P_{\mathrm{GL}n}=U_n\sum\limits_{m=1}^{n_{\mathrm{B}}}U_m(B_{nm}\sin\theta_{nm}+G_{nm}\cos\theta_{nm}) \\ \Delta Q_{\mathrm{GL}n}=U_n\sum\limits_{m=1}^{n_{\mathrm{B}}}U_m(G_{nm}\sin\theta_{nm}-B_{nm}\cos\theta_{nm}) \end{cases} \tag{10}$$

其中,状态变量 U_n、U_m、θ_{nm} 分别为第 n 节点、第 m 节点电压幅值,及节点 n 和节点 m 之间电压相角;n_{B} 为与节点 n 相联节点个数;$\Delta P_{\mathrm{GL}n}$、$\Delta Q_{\mathrm{GL}n}$ 分别为各节点有功、无功注入量;G_{nm}、B_{nm} 分别为节点导纳矩阵元素的实部和虚部。

2.3 含风电电力系统随机微分代数方程综合建模

为了研究风电的随机波动对系统的暂态稳定性影响,联立式(3)—(10)形成新的含风电的随机微分代数方程模型,其形式如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}=\boldsymbol{f}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}},\boldsymbol{\psi},\dot{\boldsymbol{\psi}},u,t), \quad \tilde{\boldsymbol{x}}(t_0)=\boldsymbol{x}_0 \\ 0=\boldsymbol{g}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}},\boldsymbol{\psi}), \quad \tilde{\boldsymbol{y}}(t_0)=\boldsymbol{y}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\psi}}=\boldsymbol{\mu}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}},\boldsymbol{\psi})+\boldsymbol{\beta}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}},\boldsymbol{\psi})\xi, \quad \boldsymbol{\psi}(t_0)=\boldsymbol{\psi}_0 \end{cases} \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{f}$ 为微分方程,包括异步风机和同步电机的微分方程;$\boldsymbol{g}$ 为代数方程,包括异步电机和同步电机的定子约束、风电系统网络约束、发电机功率方程;$\boldsymbol{\psi}$ 为风机机械功率随机微分方程;$\tilde{\boldsymbol{x}}$ 为状态变量向量组,包括异步风机和同步电机的各个状态量,其表达式 $\tilde{\boldsymbol{x}}=[\omega_{\mathrm{r}},E'_q,E'_d,\delta,\omega,E'_{q\mathrm{g}}]^{\mathrm{T}}$;$\tilde{\boldsymbol{y}}$ 为代数变量向量组,包括各个节点的电压幅值和相角,其表达式 $\tilde{\boldsymbol{y}}=[\boldsymbol{U},\boldsymbol{\theta}]^{\mathrm{T}}$;$u$ 为离散变量,模拟故障、线路开断等。通过对上述方程组进行求解,分析风电的随机波动对电力系统的暂态稳定性的影响。

3 含风电电力系统随机微分代数方程时域模型求解

3.1 系统模型数值求解算法

传统的电力系统模型是一组微分代数方程,其时域仿真常应用隐式积分方法求解,比如梯形数值积分法、龙格–库塔法等。但对于随机微分方程,文献[16]指出显式积分法比隐式积分法的求解精度高,本文采用最常见的方法是 EM(Euler-Maruyama)数值积分方法。本文对含风电系统随机微分方程的确定性函数 $\boldsymbol{f}$ 和 $\boldsymbol{\mu}$ 部分用隐式梯形法求积,对扩散系数 $\boldsymbol{\beta}$ 用显式 EM 数值积分法求解。其具体数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}=\tilde{\boldsymbol{f}}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}})+\tilde{\boldsymbol{\beta}}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}})\xi \\ 0=\boldsymbol{g}(\tilde{\boldsymbol{x}},\tilde{\boldsymbol{y}}) \end{cases} \tag{12}$$

其中,状态变量集合 $\tilde{\boldsymbol{x}}=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\psi}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;确定性微分方程集合 $\tilde{\boldsymbol{f}}=[\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;随机扩散系数 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}=[0,\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。根据梯形积分和 EM 积分公式,其每一个时步的表达式如下:

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{x}}_{n+1}=\tilde{\boldsymbol{x}}_n+0.5\Delta t(\tilde{\boldsymbol{f}}(\tilde{\boldsymbol{x}}_n,\tilde{\boldsymbol{y}}_n)+\boldsymbol{f}(\tilde{\boldsymbol{x}}_{n+1},\tilde{\boldsymbol{y}}_{n+1}))+\tilde{\boldsymbol{\beta}}_n\Delta W_n \\ 0=\boldsymbol{g}(\tilde{\boldsymbol{x}}_{n+1},\tilde{\boldsymbol{y}}_{n+1}) \\ \tilde{\boldsymbol{x}}(t_0)=\tilde{\boldsymbol{x}}_0,\ \tilde{\boldsymbol{y}}(t_0)=\tilde{\boldsymbol{y}}_0,\ W(t_0)=0 \end{cases} \tag{13}$$

其中，$\tilde{x}_0$、$\tilde{y}_0$ 分别为状态变量和代数变量的初值；$\tilde{x}_n$、$\tilde{y}_n$ 分别为已知的前一步变量值；$\tilde{x}_{n+1}$、$\tilde{y}_{n+1}$ 分别为后一步待求变量值；Δt 为仿真步长；维纳增量 $\Delta W_n = W(t_{n+1}) - W(t_n)$，$\Delta W_n \sim N(0,h)$，$h$ 为维纳增量步长，在仿真区间 $t\in[t_0,t_f]$ 内，$t_0<t_1<\cdots<t_n<\cdots<t_N=t_f$，$h=t_{n+1}-t_n=(t_f-t_0)/N$。在每次仿真时，由随机模拟器产生满足维纳增量条件的随机数，形成一条维纳过程。上式中随机微分方程和代数方程在每个仿真时步同时进行迭代，构成一组非线性方程组，本文采用牛顿–拉夫逊法对这组非线性方程组进行求解。

3.2　含风电电力系统暂态稳定统计指标

由于随机微分代数方程的解是一个随机过程，为模拟风电的随机波动对系统的影响，采用基于蒙特卡洛原理的时域仿真法，获取反映系统在风电随机波动下暂态稳定统计指标。根据蒙特卡洛法的原理，在 M 组随机波动 $\{\Delta W_{m1},\Delta W_{m2},\cdots,\Delta W_{mn},\cdots,\Delta W_{mN}\}$ $(m=1,2,\cdots,M)$ 中，ΔW_{mN} 表示在 t_N 时刻的维纳增量，$N=(t_N-t_0)/h$ 表示仿真时刻。采用式(13)所述的数值方法对含风电随机微分代数方程进行求解，得到 M 组数值解：$\tilde{\boldsymbol{V}}^{(m)}=\{\tilde{\boldsymbol{X}}^{(m)},\tilde{\boldsymbol{Y}}^{(m)}\}$，$\tilde{\boldsymbol{X}}^{(m)}=\{\tilde{\boldsymbol{x}}_0^{(m)},\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_N^{(m)}\}$，$\tilde{\boldsymbol{Y}}^{(m)}=\{\tilde{\boldsymbol{y}}_0^{(m)},\tilde{\boldsymbol{y}}_1^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{y}}_n^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{y}}_N^{(m)}\}$。其中 $m=1,2,\cdots,M$。设解集在 t_n 时刻对应的解集合为：$\tilde{\boldsymbol{V}}_n=\{\tilde{\boldsymbol{X}}_n,\tilde{\boldsymbol{Y}}_n\}$，那么 $\tilde{\boldsymbol{X}}_n=\{\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{(1)},\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{(2)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_n^{(M)}\}$、$\tilde{\boldsymbol{Y}}_n=\{\tilde{\boldsymbol{y}}_n^{(1)},\tilde{\boldsymbol{y}}_n^{(2)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{y}}_n^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{y}}_n^{(M)}\}$ 的数值集构成 $\tilde{\boldsymbol{V}}_n$ 的一个样本空间 $\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{V}_n}$。由于风机本身没有功角稳定，对系统功角稳定的影响是通过对同步发电机功角稳定的影响来表现的[6]。所以本文利用随机仿真模型获得的同步机组的功角轨迹判断含风电电力系统是否暂态稳定[16]。计及风电随机波动下电力系统暂态稳定统计指标计算公式为：

$$p\{\tilde{\boldsymbol{V}}_n\in\boldsymbol{P}_J\}=\frac{\boldsymbol{m}_{\tilde{V}_n}\in\boldsymbol{P}_J}{M} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{m}_{\tilde{V}_n}\in\boldsymbol{P}_J$ 表示时域仿真过程中，系统满足系统暂态稳定判据 $\boldsymbol{P}_J$ 的次数；M 为仿真总次数。

传统基于微分代数方程的时域仿真的轨迹是单一确定性轨迹，而基于蒙特卡洛原理的随机微分代数方程时域仿真轨迹则是随机轨迹包络带，本文应用统计学指标均值、极差、标准差、变异系数反映系统在风电随机波动下各个变量的变化情况。其表达式如下。

a. 均值：

$$E(\tilde{\boldsymbol{V}}_n)=\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\tilde{\boldsymbol{V}}_n^{(m)}$$

b. 极差：

$$\Delta\tilde{\boldsymbol{V}}_n=\tilde{\boldsymbol{V}}_{n\max}^{(m)}-\tilde{\boldsymbol{V}}_{n\min}^{(m)}$$

c. 标准差：

$$\zeta(\tilde{\boldsymbol{V}}_n)=\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}[\tilde{\boldsymbol{V}}_n^{(m)}-E(\tilde{\boldsymbol{V}}_n)]^2}$$

d. 变异系数：

$$C=\frac{\zeta(\tilde{\boldsymbol{V}}_n)}{E(\tilde{\boldsymbol{V}}_n)}\times100\%$$

上述统计指标中均值表示随机轨迹带集中趋势，极差表示随机轨迹包络带的波动范围，标准差和变异系数表示随机轨迹的离散程度。上述统计指标可以反映风电随机波动对电力系统暂态过程的影响，为含风电电力系统暂态稳定分析与控制提供参考。

3.3　含风电电力系统暂态稳定时间裕度

在电力系统发生大干扰时，事故的临界切除时间 CCT(Critical Clearing Time)是衡量大干扰对系统暂态稳定影响的重要指标。本文在传统二分法的基础上，利用含风电电力系统的随机微分代数方程的时域求解获取系统在不同随机波动下的 CCT，定义为随机临界切除时间 SCCT(Stochastic Critical Clearing Time)。故障的切除时间越靠近系统的 CCT，系统越不稳定，含风电电力系统暂态稳定时间裕度 TSI 表达式如下：

$$\mathrm{TSI}=\frac{\min\{\mathrm{SCCT}(\sigma)\}-T_{\mathrm{clear}}}{\min\{\mathrm{SCCT}(\sigma)\}}\times100\% \tag{15}$$

其中，T_{clear} 为故障的切除时间；$\min\{\mathrm{SCCT}(\sigma)\}$ 为在随机干扰为 σ 条件下系统的最小 CCT。TSI 的值越小，表示含风电电力系统的暂态稳定水平越低；TSI 的值越大，表示含风电电力系统的暂态稳定水平越高。

3.4　基于随机微分代数方程模型的暂态稳定计算流程

根据上述相关模型的建立，本文提出的基于随机微分代数方程的含风电力系统的暂态稳定性计算流程如图 2 所示，主要步骤如下。

a. 计算系统的初始潮流和变量的初值，形成式(11)所示的含风电系统的随机微分代数方程，同时将仿真次数 M 和仿真时步 t_f 置于初值。

b. 当系统发生故障时，修改网络参数并计算突变量，利用式(13)所示方法在每个时步对随机微分代数方程进行数值求解，对于每次蒙特卡洛仿真，得到一组数值解 $\tilde{\boldsymbol{V}}^{(m)}=\{\tilde{\boldsymbol{V}}_0^{(m)},\tilde{\boldsymbol{V}}_1^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{V}}_n^{(m)},\cdots,\tilde{\boldsymbol{V}}_N^{(m)}\}$。

c. 对每一时刻求得的数值解 $\tilde{\boldsymbol{V}}_n$ 中同步发电机功角轨迹进行暂态稳定判断，满足稳定判据继续仿真，不满足稳定判据则跳出当次仿真。

d. 当 M 次仿真结束时，获得系统随机暂态稳定概率以及各统计指标，画出系统各个变量的随机轨迹带，用于分析风电的随机波动对电力系统暂态稳定的影响。

4　算例分析

4.1　基于随机微分代数方程模型的时域仿真分析

本文对经典的 WSCC-9BUS 系统进行改进，在

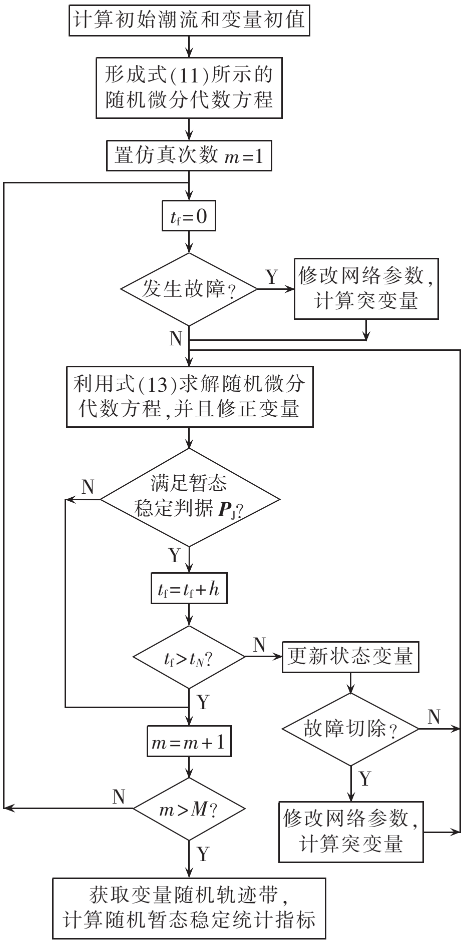


图2 基于SDAE模型暂态稳定数值计算流程图

Fig.2 Flowchart of numerical transient stability calculation based on SDAE model

12号节点将异步风机并入输电网,形成含异步风机的WSCC-12BUS系统,其拓扑结构如图3所示。WSCC-12BUS系统参数详见文献[23],异步风机参数如下:额定功率2 MW,额定电压0.69 kV,额定频率50 Hz,x_s=0.069 p.u.,r_s=0.0076 p.u.,r_r=0.0034 p.u.,x_r=0.124 p.u.,x_m=3.62 p.u.,T_j=6.2 s。对上述系统进行建模,形成25×25阶随机微分代数方程,利用式(13)所示的方法进行数值求解,分析风电的随机波动对系统暂态稳定的影响。

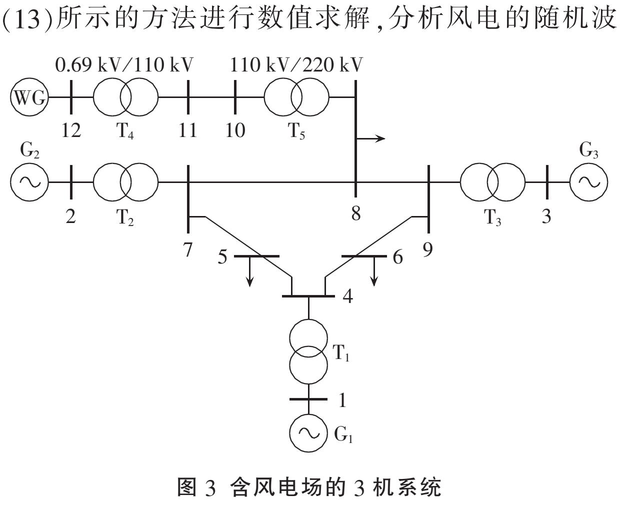


图3 含风电场的3机系统

Fig.3 Three-generator system with wind farm

场景1:设置本文所提的计及风功率随机波动的随机微分代数方程模型暂态稳定仿真场景。在t=2 s时,节点7发生三相短路故障,t=2.07 s切除故障线路7-5,风电渗透功率为40 MW,本文取计算步长Δt=0.01 s。为了保证数值积分的精度和稳定性[15],本文取维纳过程仿真步长和系统数值积分步长均为h=0.01 s,异步风电机组机械功率随机激励大小σ=1.5%,仿真次数M=1000,仿真时间8 s。

场景2:设置基于本文所提的随机微分代数方程随机仿真失稳场景。将场景1的异步风电机组机械功率随机波动大小变为σ=1%,故障切除时间增加为t=2.1 s,其他条件不变。

对于场景1,利用图2流程对此系统进行随机暂态时域仿真,获得风机转速$\tilde{\omega}_r$(标幺值,后同)、风机机端电压$\tilde{u}_W$(标幺值,后同)、同步发电机G_2相对于平衡机G_1的功角差$\tilde{\delta}_{21}$的随机轨迹带,如图4—6所示。结果表明各个状态变量的随机仿真轨迹均值和确定性仿真轨迹几乎重合,风机转速$\tilde{\omega}_r$在±0.001 p.u.范围波动,风机机端电压$\tilde{u}_W$在±0.025 p.u.范围波动,发电机G_2相对于G_1的功角差在±10°范围波动(标幺值在±0.055 p.u.范围波动),可以看出随机仿真轨迹带相较于确定性仿真结果波动范围较小,且收敛于确定性仿真轨迹。取其中一条随机仿真轨迹和确定性的轨迹相比,随机仿真轨迹与确定性仿真轨迹的趋势大致相同,并且在很小的范围波动,但轨迹并不一致。综上,相比于传统确定性的仿真,随机仿真可以得到更加精细的波动轨迹和波动范围,更加符合实际系统的动态过程。从随机仿真数据看出风功率在秒级的随机波动对系统的影响确实非常小,但这

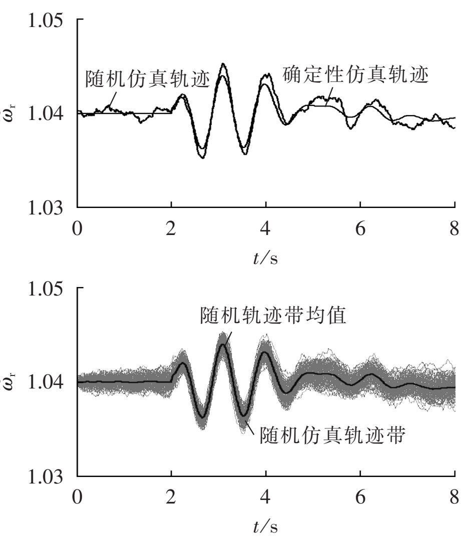


图4 异步风机转速的随机时域仿真轨迹

Fig.4 Stochastic time-domain simulative trajectories of rotor speed of asynchronous wind turbine

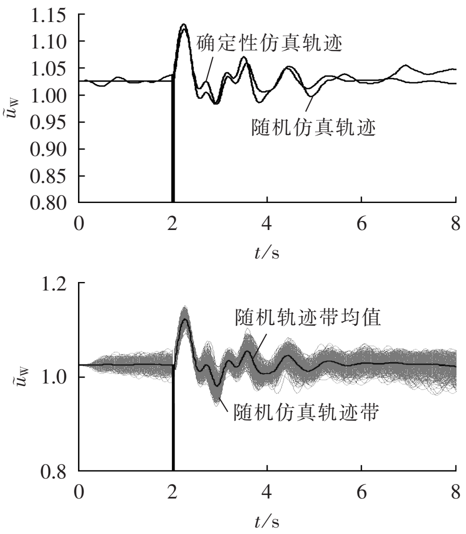


图 5　异步风机机端电压随机时域仿真轨迹

Fig.5 Stochastic time-domain simulative trajectories of terminal voltage of asynchronous wind turbine

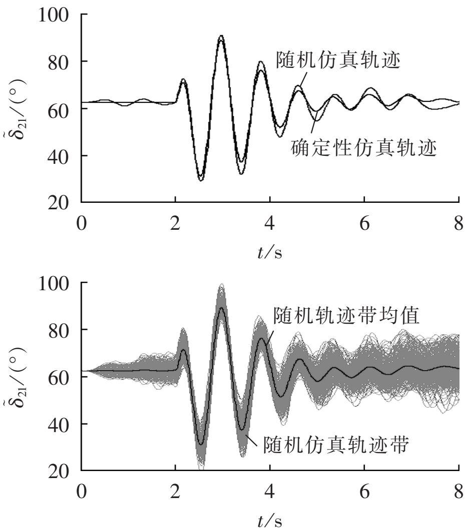


图 6　同步电机 G_2 的功角随机时域仿真轨迹

Fig.6 Stochastic time-domain simulative trajectories of power angle of synchronous generator G_2

种影响不能忽略，因为随机仿真结果可以为暂态稳定分析和控制提供更加精确的参考。从统计学角度来看，1 000 次仿真得到各变量均值轨迹趋于稳定；另外，对故障切除时刻 $\tilde{\delta}_{21}$ 随机时域仿真的值进行分析，获得如图 7 所示的统计图，结果表明在相同的时间断面，功角随机波动值呈现正态分布，且收敛于确定性仿真的值 $\tilde{\delta}_{21}=66.3°$。综上，含风电系统在故障切除时间较短的情况下，风电随机波动不会引起混合系统的暂态失稳。

为了与场景 1 对比，设置基于计及初始时刻风电随机波动的概率微分代数方程仿真场景以及不考虑风电随机波动的微分代数方程仿真场景。其中概率微分代数方程仿真场景中，设在短时间的暂态过程中风机机械功率的初始值服从维纳过程，机械功率随机波动大小 $\sigma=1.5\%$，其他条件和场景 1 相同，利用概率微分代数方程模型进行 1 000 次蒙特卡洛时域仿真；确定性仿真场景中，$\sigma=0$，其他条件和场景 1 相同。其仿真结果如图 8—10 所示，由图可见，基于随机微分代数方程模型获得的各变量随机仿真轨迹带包络相较于基于概率微分代数方程模型仿真的轨迹带波动范围更大，说明随机微分代数方程模型可以仿真更大波动范围，随机微分代数方程模型本身更加全面描述风功率的随机波动对电力系统暂态稳定的影响。

对于场景 2，当故障切除时间增加，基于随机微分代数方程模型系统会出现失稳的情况。如图 11—13 所示，抽取 4 条随机仿真路径，在故障发生前，系统在风电随机波动下，各条轨迹轻微振荡均未失稳；当系统发生故障时，由于风电的随机波动使得系统的平衡点出现漂移，出现了随机失稳轨迹 1 和随机失稳轨迹 2，证明风速的随机波动性对含风电系

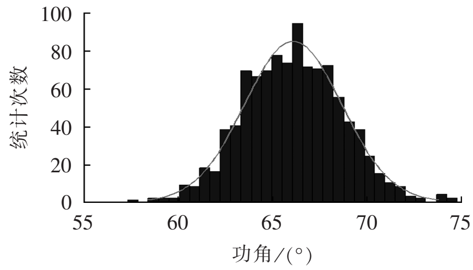


图 7　故障切除时刻 1 000 次随机仿真功角统计图

Fig.7 Histogram of power angle for 1 000 stochastic simulations at fault clearance instant

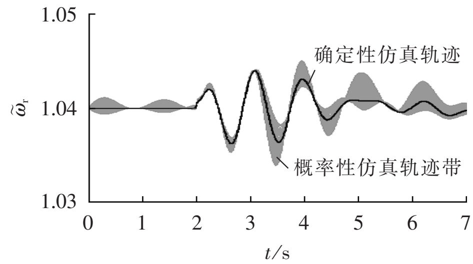


图 8　异步风机转速的 PDAE 和 DAE 时域仿真轨迹

Fig.8 Time-domain PDAE and DAE simulative trajectories of rotor speed of asynchronous wind turbine

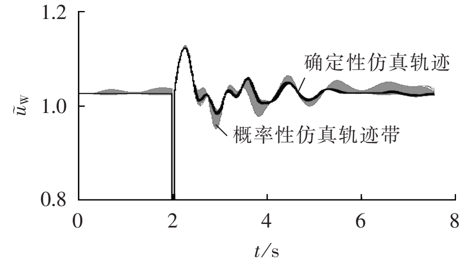


图 9　异步风机机端电压 PDAE 和 DAE 时域仿真轨迹

Fig.9 Time-domain PDAE and DAE simulative trajectories of terminal voltage of asynchronous wind turbine

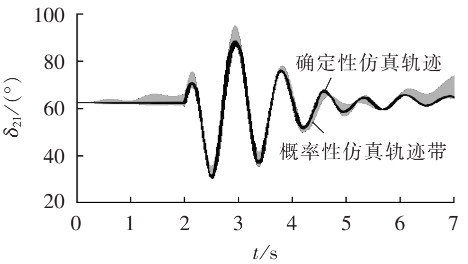


图 10 同步电机 G_2 的 PDAE 和 DAE 时域仿真轨迹

Fig.10 Time-domain PDAE and DAE simulative trajectories of synchronous generator G_2

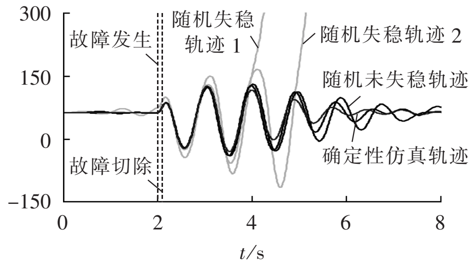


图 11 同步电机 G_2 的功角随机时域仿真轨迹

Fig.11 Stochastic time-domain simulative trajectories of power angle of synchronous generator G_2

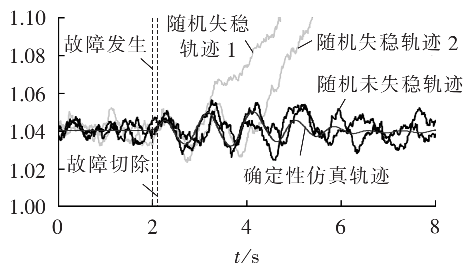


图 12 异步风机转速的随机时域仿真轨迹

Fig.12 Stochastic time-domain simulative trajectories of rotor speed of asynchronous wind turbine

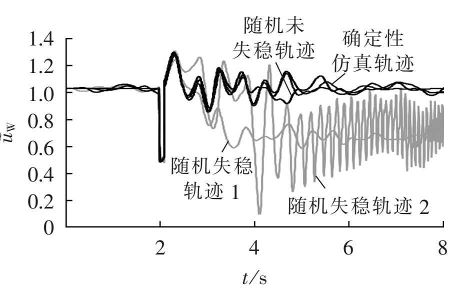


图 13 异步风机机端电压随机时域仿真轨迹

Fig.13 Stochastic time-domain simulative trajectories of terminal voltage of asynchronous wind turbine

统的暂态稳定有影响。对比图 11—13 发现,在风功率的随机波动下,由于风电机组是异步电机,机械性惯性小,相比于常规机组最先出现转速失稳,风电的机端暂态电压跌落到 0.9 p.u. 以下,风机容易脱网。因此,相对于传统的时域仿真模型,本文所提随机微分代数方程模型可以描述风电的随机波动对系统造成的暂态失稳风险,更加全面地分析风电的随机波动性对系统稳定性的影响。

4.2 含风电电力系统的暂态稳定分析

本文在传统的二分法基础上,通过随机微分代数方程时域模型构建随机二分法,获得系统不同故障的随机临界切除时间,反映风电不同大小的随机波动对系统暂态稳定性的影响。设置如场景 1 所述的故障,随机量 σ 在 0~2% 变化。在微分代数方程仿真模型下故障线路 7-5 临界切除时间为 0.115 s,在随机微分代数方程和概率微分代数方程仿真模型下各仿真 200 次,计算故障临界切除时间与风电随机量的关系如图 14 所示。图 14 中,PCCT(Probabilistic Critical Clearing Time)是指在只计及初始状态的概率微分代数仿真模型下,对每一次概率抽样仿真利用二分法求得的临界切除时间。从图 14 可见,无论是随机微分代数方程还是概率微分代数方程仿真模型,在随机波动较小时,故障 CCT 的分布都在 0.115 s 附近波动,但随着风电扰动量增加,CCT 的波动范围逐渐增大,系统随机时间裕度 TSI 越小,系统的暂态失稳风险增加。风电功率波动的 σ 在 0~2% 范围内时,对于概率微分代数方程模型,该故障下的 CCT 在[0.1,0.12]s 区间变化;对于文中所提随机微分代数方程模型,CCT 在[0.09,0.13]s 区间变化。这说明相较于概率微分代数方程模型,本文所提随机微分代数方程模型获得的 CCT 波动范围更大,随机微分代数方程模型可以发现更多由风电的随机波动对含风电电力系统造成的暂态失稳风险,为含风电电力系统暂态稳定的分析与控制提供参考。

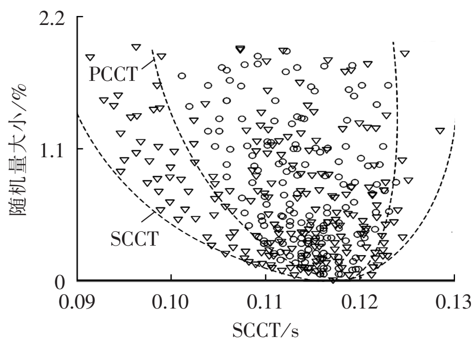


图 14 在 SDAE 和 PDAE 模型下 CCT 的散点分布

Fig.14 Scatter distribution of CCT for SDAE and PDAE models

上述场景 2 已经证明风电的随机波动会增加系统失稳风险。由于含风电电力系统暂态稳定受很多因素影响[7],本文重点研究风功率随机波动对含风电系统稳定性的影响,因此未考虑其他因素,只是考虑风电渗透率和风功率随机波动对系统的稳定影响。针对场景 2,改变风电渗透功率和随机波动大小,通过本文提出的计及风功率随机波动的随机微分代数方程模型进行时域仿真,获取不同随机波动和不同风电渗透下系统的暂态稳定概率,刻画风电随

机波动对系统暂态稳定的影响。其中，风电渗透功率 P_W 分别取 40 MW、60 MW、80MW，风机机械功率随机波动大小 σ 在 0~2% 之间，对每一次工况进行 1000 次暂态时域仿真，并且统计系统稳定次数，获得系统暂态稳定概率。由图 15 可见，在相同的风功率渗透下，风功率随机波动增加，含异步风机的电力系统暂态稳定性降低；在相同的随机波动下，风功率渗透率越高，系统的暂态稳定性越低。

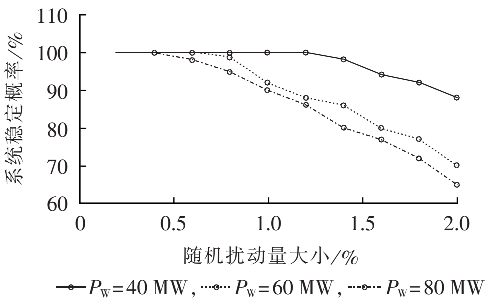


图 15 系统稳定概率

Fig.15 System stability probability curves

5 结语

本文初步探讨了风电的随机激励对电力系统暂态稳定的影响，将异步风机的机械功率作为随机激励源，提出一种基于随机微分理论对含风电电力系统进行建模和暂态稳定分析的方法。算例结果表明，在暂态过程中，风功率的随机波动对系统的暂态稳定性影响不能忽略，在风电随机波动较小时，风电的随机波动对电力系统暂态稳定影响较小；但随着风电渗透率和随机激励增加，系统会出现失稳的情况。对比于传统的确定性模型和概率性模型，本文所提的随机微分方程模型克服了上述 2 种模型的缺点，能够精细地描述风电随机激励对系统暂态稳定影响，给出系统在不同随机波动下的稳定特性和时域仿真轨迹，获得更加精细的波动轨迹和波动范围，为含风电电力系统暂态稳定分析与控制提供新的仿真方法。下一步工作重点是对不同类型的风机进行更加详细的随机微分建模。

参考文献：

[1] 张丽英，叶廷路，辛耀中，等. 大规模风电接入电网的相关问题及措施[J]. 中国电机工程学报，2010，30(25)：1-9.
ZHANG Liying，YE Tinglu，XIN Yaozhong，et al. Problems and measures of power grid accommodating large scale wind power [J]. Proceedings of the CSEE，2010，30(25)：1-9.

[2] 李丹，贾琳，许晓菲，等. 风电机组脱网原因及对策分析[J]. 电力系统自动化，2011，35(22)：41-44.
LI Dan，JIA Lin，XU Xiaofei，et al. Cause and countermeasure analysis on wind turbines' trip-off from grid[J]. Automation of Electric Power Systems，2011，35(22)：41-44.

[3] EKNATH V，MARK O，ANDREW K. Rotor angle stability with high penetrations of wind generation[J]. IEEE Trans on Power Systems，2012，27(1)：353-362.

[4] GAUTAM D，VITTAL V，HARBOUR T. Impact of increased penetration of DFIG-based wind turbine generators on transient and small signal stability of power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems，2009，24(3)：1426-1434.

[5] 郭小江，赵丽莉，汤奕，等. 风火打捆交直流外送系统功角暂态稳定研究[J]. 中国电机工程学报，2013，33(22)：19-25.
GUO Xiaojiang，ZHAO Lili，TANG Yi，et al. Study on angle transient stability for wind-thermal-bundled power transmitted by AC/DC system[J]. Proceedings of the CSEE，2013，33(22)：19-25.

[6] 林俐，杨以涵. 基于绕线式异步发电机的风电场并网暂态稳定机理分析[J]. 电力系统自动化，2010，34(5)：102-106.
LIN Li，YANG Yihan. Transient stability analysis of grid connected wind farm with wound rotor induction generator[J]. Automation of Electric Power Systems，2010，34(5)：102-106.

[7] FARIED S O，BILLINTON R，ABORESHAID S. Probabilistic evaluation of transient stability of a power system incorporating wind farms[J]. IET Renewable Power Generation，2010，4(4)：299-307.

[8] 潘雄，刘文霞，徐玉琴，等. 基于 SRSM 和 Nataf 方法的含风电场群电力系统暂态稳定分析[J]. 中国电机工程学报，2013，33(16)：56-62.
PAN Xiong，LIU Wenxia，XU Yuqin，et al. Transient stability analysis of power system integrated with wind farm groups based on SRSM and nataf method[J]. Proceedings of the CSEE，2013，33(16)：56-62.

[9] 李圣国，彭锦. 描述不确定动态系统的新工具：不确定微分方程[J]. 系统工程学报，2013，28(3)：419-426.
LI Shengguo，PENG Jin. Uncertain differential equation：a new mathematical tool to describe uncertain dynamic system[J]. Journal of Systems Engineering，2013，28(3)：419-426.

[10] 彭云建，邓飞其. 电力系统随机稳定性分析与控制问题综述[J]. 电工电能新技术，2007，26(3)：52-58.
PENG Yunjian，DENG Feiqi. A survey on power system stochastic stability analysis and control[J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy，2007，26(3)：52-58.

[11] 邱妍，赵晋泉，朱永忠. 负荷随机扰动对电力系统电压稳定性的影响[J]. 电力自动化设备，2009，29(2)：77-81.
QIU Yan，ZHAO Jinquan，ZHU Yongzhong. Effect of stochastic load disturbance on power system voltage stability based on bifurcation theory[J]. Electric Power Automation Equipment，2009，29(2)：77-81.

[12] ZHANG J Y，JU P，YU Y P，et al. Responses and stability of power system under small Gauss type random excitation[J]. Sci China Tech Sci，2012，55(7)：1873-1880.

[13] 刘咏飞，鞠平，薛禹胜，等. 随机激励下电力系统特性的计算分析[J]. 电力系统自动化，2014，38(9)：137-142.
LIU Yongfei，JU Ping，XUE Yusheng，et al. Calculation analysis on power system characteristics under random excitation[J]. Automation of Electric Power Systems，2014，38(9)：137-142.

[14] 周明，元博，张小平，等. 基于 SDE 的含风电电力系统随机小干扰稳定分析[J]. 中国电机工程学报，2014，34(10)：1575-1582.
ZHOU Ming，YUAN Bo，ZHANG Xiaoping，et al. Stochastic small signal stability analysis of wind power integrated power systems based on stochastic differential equations[J]. Proceedings of the CSEE，2014，34(10)：1575-1582.

[15] FEDERICO M，RAFAEL Z M. A systematic method to model

power systems as stochastic differential algebraic equations[J]. IEEE Trans on Power Systems,2013,28(4):4537-4544.
[16] DONG Z Y,ZHAO J H,HILL D J. Numerical simulation for stochastic transient stability assessment[J]. IEEE Trans on Power Systems,2012,27(4):1741-1749.
[17] ODUN-AYO T,CROW M. Structure-preserved power system transient stability using stochastic energy functions[J]. IEEE Trans on Power Systems,2012,27(3):1450-1458.
[18] 胡适耕. 随机微分方程[M]. 北京:科学出版社:2008:50-85.
[19] PIDRE J,CARRILLO C,LORENZO A. Probabilistic model for mechanical power fluctuations in asynchronous windparks[J]. IEEE Trans on Power Systems,2003,18(2):761-768.
[20] AGENCY I E. Variability of wind power and other renewables: management options and strategies[R]. Paris,France:International Energy Agency,2005.
[21] 鞠平. 电力系统负荷建模理论与实践[J]. 电力系统自动化,1999,23(19):1-7.
JU Ping. Theory and practice of load modeling in power system [J]. Automation of Electric Power Systems,1999,23(19):1-7.
[22] KUNDU R. Power system stability and control[M]. New York,NY,USA:McGraw-Hill Inc,1994:899-974.
[23] REVEL G,LEÓN A E,ALONSO D M,et al. Bifurcation analysis on a multi-machine power system model[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems,2010,57(4):937-949.

作者简介:

蒋长江

蒋长江(1989—),男,四川巴中人,硕士研究生,研究方向为电力系统分析(**E-mail**:jchj08@163.com);

刘俊勇(1963—),男,四川成都人,教授,博士研究生导师,博士,研究方向为电力系统分析及电力市场;

刘友波(1983—),男,四川成都人,讲师,博士,研究方向为电力系统安全稳定与脆弱性评估;

许立雄(1982—),男,四川成都人,讲师,博士,通信作者,研究方向为电力系统安全稳定与脆弱性评估。

Transient stability analysis of power system considering wind-power stochastic excitation

JIANG Changjiang[1],LIU Junyong[1],LIU Youbo[1],XU Lixiong[1],LIU Yang[1],ZHU Guojun[2]
(1. School of Electrical Engineering and Information,Sichuan University,Chengdu 610065,China;
2. Electric Power Economic and Technological Research Institute of State Grid Sichuan Electric Power Corporation,Chengdu 610041,China)

Abstract: In order to study the impact of wind-power stochastic excitation on the transient stability of power system,a modeling and stability analysis method based on stochastic differential theory is proposed for power system with wind power,which takes the mechanical power of asynchronous wind turbine as the stochastic excitation,applies the stochastic differential equation in the transient process to model the rotor motion equation of asynchronous wind turbine for expanding the traditional DAE(Differential Algebraic Equations) model into SDAE(Stochastic Differential Algebraic Equations) model,which is then solved by the time-domain simulation to analyze the impact of stochastic turbulence of wind power on the transient process of power system at any moment. Results of case study show that,compared with the deterministic and probabilistic transient stability analysis methods,the proposed method reveals more accurately the impact of wind-power uncertainty on the transient stability of power system.

Key words: wind power; wind-power stochastic excitation; transient stability; stochastic differential algebraic equation; numerical integration; critical clearing time; stability