

电力系统中长期过程动态仿真的组合积分算法

张 芳1,仇雪芳1,李传栋2

(1. 天津大学 智能电网教育部重点实验室,天津 300072;

2. 福建省电力有限公司电力科学研究院,福建 福州 350007)

摘要:电力系统中长期过程具有非线性、强刚性的特点,其仿真时间框架长,与电力系统机电暂态过程相比,中长期过程对数值积分算法的数值稳定性、收敛性和计算效率的要求更高。针对此问题,将隐式梯形积分法和多步高阶隐式 Taylor 级数法进行组合,提出新的组合积分算法。在机电暂态过程采用隐式梯形积分法,在中长期过程采用多步高阶隐式 Taylor 级数法。算例仿真与分析结果验证了新组合积分算法的有效性和可行性。关键词:电力系统;机电暂态;中长期动态;刚性系统;新组合积分算法

中图分类号: TM 761

文献标识码·A

DOI: 10.16081/j.issn.1006-6047.2017.02.017

0 引言

电力系统动态过程通常分为三部分:电磁暂态过程、机电暂态过程和中长期过程。其中电磁暂态过程持续时间为毫秒级;机电暂态过程持续时间为秒级,一般为十几秒;中长期过程持续时间为分钟级,一般从几分钟到几十分钟,甚至几小时。电力系统中长期过程动态仿真是指把电力系统的机电暂态过程、中长期过程有机地统一起来进行仿真,其特点就是要实现快速的机电暂态过程和慢速的中长期过程的统一仿真[1]。

电力系统中长期动态仿真主要有以下特点。

- a. 电力系统中长期过程涉及广泛的动态元件计算模型,除了最基本的暂态稳定过程的各类计算模型外,还包括中长期动态元件计算模型,如汽轮机、调速器、自动发电控制 AGC (Automatic Generation Control)等。与电力系统机电暂态过程相比,该过程的模型阶数高,动态元件响应的时间常数从几十毫秒到一百秒以上,差异较大,系统呈现强刚性[2]。
- **b.** 电力系统中长期动态仿真用于研究系统受扰后较长时间的动态过程。因此,仿真时间会长达数分钟、几十分钟甚至更长,时间跨度较大。

基于以上特点,相对于电力系统机电暂态过程,中长期过程仿真对数值积分算法的数值稳定性、收敛性和计算效率提出了更高的要求。目前国内外学者对中长期仿真算法的研究可以分两大类。

第一类是 Gear 类数值积分法。该方法在现有的机电暂态及中长期动态一体化程序应用较多,如美国和日本共同开发的 EXSTAB 程序^[3]、ABB 公司的 SIMPOW 程序^[4]及中国电力科学研究院研发的全过程动态仿真程序^[5]等。文献[6]将 Gear 法用于电力系统全过程动态仿真,并对其具体原理进行了详

细介绍;文献[7-10]分别对电力系统全过程动态仿真中的模型做了阐述;文献[11]用具体的仿真算例验证了基于 Gear 法的电力系统全过程动态仿真程序的有效性。Gear 类数值积分方法可以使仿真采用统一的积分算法,但仍存在以下缺陷:稳定性,Gear 数值积分法只有精度阶是 1 阶和 2 阶时是 A 稳定的;计算精度,2 阶的 Gear 数值积分法在局部截断误差的精度上比 2 阶的隐式梯形积分法要差;机电暂态仿真效率,在机电暂态仿真过程中间断点较多,Gear 法一直保持小步长计算,仿真效率低;变阶变步长,自动变阶变步长计算较复杂。

针对 Gear 法机电暂态仿真效率低的问题,文献 [12-13]提出了隐式梯形积分法与 Gear 法的组合积分法,并用于电力系统中长期过程仿真。其中机电暂态仿真采用隐式梯形积分法有效地解决了 Gear 法在机电暂态过程仿真中计算速度过慢的问题,但 Gear 法在中长期过程仿真中计算精度较低、变阶变步长计算复杂等问题仍然存在。

第二类是多速率仿真方法。该方法是根据局部 截断误差或系统的物理特性对系统进行拓扑分割, 对分割后的变量采用不同的方法进行仿真分析,但 多速率仿真方法在快变分量和慢变分量的划分准 则、全局步长和局部步长的选取、误差范围的选取等 方面尚未形成标准,有待进一步完善[14-17]。

2 阶的 Gear 法和隐式梯形积分法精度阶低,不能很好地满足中长期过程仿真的需求。近年来在机电暂态仿真中活跃应用的 Taylor 级数法具有高精度阶的特点,并实现了从显式非 A 稳定到隐式 A 稳定的转变[18-25]。高精度阶 A 稳定的 Taylor 级数法使得在中长期仿真中采用大步长计算成为可能,从而能够在提高计算效率的同时减小累积误差,这正是本文所提新算法的出发点。目前 Taylor 级数法在电力系统机电暂态仿真领域应用较多,在中长期过程仿真中



鲜有应用。

本文分析了电力系统中长期过程动态仿真系统的特点和现有中长期过程动态仿真数值积分方法存在的问题,结合现有 Taylor 级数类方法高精度阶 A 稳定的特点,探索性地将 Taylor 级数法应用到中长期过程动态仿真计算中,提出了一种新的适合电力系统中长期过程动态仿真的组合积分算法,并通过算例验证了所提算法的有效性和可行性。

1 刚性非线性系统

1.1 刚性非线性系统求解

考虑非线性系统:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}(t)) \tag{1}$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为待求 m 维向量函数,t 为时间。若雅可比矩阵 $\partial \mathbf{f}/\partial \mathbf{x}$ 的特征值 λ_i ($i=1,2,\dots,m$)实部小于 0,且实部绝对值的最大值与最小值相差很大,则系统是刚性系统[26]。

刚性非线性系统对数值积分方法的要求不同于 一般的非线性系统。首先,求解刚性系统的数值方 法,应该能够保证每个 $\mu_i = h\lambda_i (i=1,2,\cdots,m)$ 的值都 在方法的绝对稳定域内,其中 h 为仿真步长。由于 刚性系统雅可比矩阵的特征值实部小于0,因此,数 值方法的绝对稳定域应该包括复平面的开左半平 面,即 A 稳定的。其次,A 稳定性不能完全满足刚性 系统对数值方法的稳定性要求。一些 A 稳定的数值 方法, 当 $\operatorname{Re}(h\lambda) \longrightarrow -\infty$ 时, 有 $\lim_{|x_{n+1}/x_n| \longrightarrow 1}$, 其中 $\{x_n\}$ 是用固定步长求解式(1)时得到的解序列。这种 现象使得在解析解中一些很快衰减到零的量在数值 解中表现成缓慢地衰减,甚至可能变成振荡的分量。 针对以上现象,文献[26]提出了无限稳定性的概念: 当 $\operatorname{Re}(h\lambda) \to -\infty$ 时,有 $\lim_{|x_{n+1}/x_n| < 1}$,则该方法是 无限稳定的。最后,求解刚性系统的数值方法应该 能够收敛于尽可能高的精度阶,以确保方法能够在 较小的误差要求下实现较大的步长。

1.2 电力系统中长期过程的微分代数方程组

电力系统中长期过程动态仿真需要求解的微分代数方程组 DAE(Differential Algebraic Equations)可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \\ 0 = g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \end{cases}$$
 (2)

其中,x为所有微分变量组成的状态向量;y为所有代数变量组成的代数向量。微分方程组描述电力系统中长期过程动态元件的特性;代数方程组描述电力系统静态元件的特性,一般为电力系统网络方程。

由前文所述的电力系统中长期过程动态仿真的特点可知,式(2)表示的电力系统中长期过程动态仿真系统是典型的刚性非线性系统。因此,电力系统中长期过程动态仿真采用的数值积分算法,应适用于求解刚性微分代数方程组,并且尽可能具有较高的计算效率。

2 多步高阶隐式 Taylor 级数法

2.1 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的构造

结合隐式多步积分公式,构造多步高阶隐式 Taylor 级数法。文献[23]详细介绍了多步高阶隐式 Taylor 级数法积分计算通式的构造原则及一般格式,本文采用的 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法积分公式构造如下:

$$x_{i,n} = \sum_{i=1}^{3} \alpha_{i} x_{i,n-j} + \sum_{i=1}^{4} \beta_{i} h^{j} x_{i,n}^{(j)}$$
(3)

其中, $\alpha_j(j=1,2,3)$ 、 $\beta_j(j=1,2,3,4)$ 为待定常系数; $x_{i,n}$ 为变量 x_i 在第 t_n 时刻的值; $x_{i,n}^{(j)}$ 为 $x_{i,n}$ 的第 j 阶导数。本文对文献[23]确定 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法积分公式中待定常系数的方法进行了改进,通过Taylor 级数匹配原理确定待定常系数,具体如下。

式(3)的局部截断误差为:

$$L(x_{i,n}) = -x_{i,n} + \sum_{i=1}^{3} \alpha_j x_{i,n-j} + \sum_{i=1}^{4} \beta_j h^j x_{i,n}^{(j)}$$
 (4)

将 $x_{i,n-j}(j=1,2,3)$ 在 $x_{i,n}$ 处进行 Taylor 展开,代入式(4),整理后得:

$$L(x_{i,n}) = (-1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)x_{i,n} + h(\beta_1 - \alpha_1 - 2\alpha_2 - 3\alpha_3)x_{i,n}^{(1)} + h(\beta_2 + \frac{\alpha_1}{2} + 2\alpha_2 + \frac{9}{2}\alpha_3)x_{i,n}^{(2)} + h^2(\beta_2 + \frac{\alpha_1}{2} + 2\alpha_2 + \frac{9}{2}\alpha_3)x_{i,n}^{(2)} + h^3(\beta_3 - \frac{1}{3!}\alpha_1 - \frac{8}{3!}\alpha_2 - \frac{27}{3!}\alpha_3)x_{i,n}^{(3)} + h^4(\beta_4 + \frac{1}{4!}\alpha_1 + \frac{16}{4!}\alpha_2 + \frac{81}{4!}\alpha_3)x_{i,n}^{(4)} + h^5(\frac{1}{5!}\alpha_1 + \frac{32}{5!}\alpha_2 + \frac{243}{5!}\alpha_3)x_{i,n}^{(5)} + h^6(\frac{1}{6!}\alpha_1 + \frac{64}{6!}\alpha_2 + \frac{729}{6!}\alpha_3)x_{i,n}^{(6)} + h^7(\frac{1}{7!}\alpha_1 + \frac{128}{7!}\alpha_2 + \frac{2187}{7!}\alpha_3)x_{i,n}^{(7)} + o(h^8)$$
 (5)

式(3)有7个待定系数,需要7个方程才能求解。因此,对应式(5)的 Taylor 展开式中 $x_{i,n},x_{i,n}^{(j)}(j=1,2,\dots,6)$ 前的系数均为0,即可求得7个待定系数的唯一解。从而对应的3步4阶隐式 Taylor 级数法积分公式为.

$$x_{i,n}$$
=1.062 $x_{i,n-1}$ -0.0664 $x_{i,n-2}$ +0.0044 $x_{i,n-3}$ +
0.9424 $hx_{i,n}^{(1)}$ -0.4179 $h^2x_{i,n}^{(2)}$ +
0.1082 $h^3x_{i,n}^{(3)}$ -0.0148 $h^4x_{i,n}^{(4)}$
即有:



$$L(x_{i,n}) = -x_{i,n} + 1.062 x_{i,n-1} - 0.0664 x_{i,n-2} + 0.0044 x_{i,n-3} + 0.9424 h x_{i,n}^{(1)} - 0.4179 h^2 x_{i,n}^{(2)} + 0.1082 h^3 x_{i,n}^{(3)} - 0.0148 h^4 x_{i,n}^{(4)} = 0$$
(7)

由式(5)可知,3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法精度 阶为 6 阶,将 $\alpha_i(i=1,2,3)$ 代人 $\alpha_i^{(7)}$ 前的系数,可得最大局部截断误差常数约为 1/2300,远小于隐式梯形积分法和 2 阶 Gear 法的最大局部截断误差常数 (分别为 1/12 和 1/3)。

2.2 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法 A 稳定性分析

下面通过试验方程讨论 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的数值稳定性。

初值问题的试验方程如下:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \lambda \mathbf{x} \\ x(0) = 1 \end{cases} \tag{8}$$

根据积分公式(6),得到对应的特征方程为: $(1-0.9424\mu+0.4179\mu^2-0.1082\mu^3+0.0148\mu^4)\zeta^3-$

 $1.062 \zeta^2 + 0.0664 \zeta - 0.0044 = 0$ (9) 其中, $\mu = \lambda h$ 。令 $|\zeta| < 1$,用描点法画出式(9)在复平面内的稳定域如图 1 所示。图中阴影面积外部为算法的稳定区域,可见 3 步 4 阶 Taylor 级数法的数值稳定域包含了整个开左半复平面,算法为 A 稳定的。

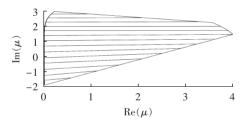


图 1 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法稳定域 Fig.1 Stability region of three-step four-derivative implicit Taylor series method

2.3 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法无限稳定性分析 将试验方程(8)中的第一个式子递推求得 $\chi^{(j)}(i=$

$$\frac{x_n}{x} =$$

$$\frac{1.062}{1-0.9424h\lambda+0.4179h^2\lambda^2-0.1082h^3\lambda^3+0.0148h^4\lambda^4} + \\ \frac{-0.0664\frac{x_{n-2}}{x_{n-1}}+0.0044\frac{x_{n-3}}{x_{n-1}}}{1-0.9424h\lambda+0.4179h^2\lambda^2-0.1082h^3\lambda^3+0.0148h^4\lambda^4}$$

当 $h\lambda \to -\infty$ 时,式(10)有 $\lim_{n \to \infty} |x_n/x_{n-1}| \to 0$ 。因此,由式(6)构造的积分公式是无限稳定的。

(10)

综上,3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的精度阶为 6 阶,比隐式梯形积分法或 2 阶 Gear 法的精度更高。精度阶的提高和局部截断误差常系数的减小为电力系统中长期过程动态仿真中采用大步长仿真带来契

机。另外,该算法具有 A 稳定性和无限稳定性,适于求解刚性非线性系统。

3 新组合积分算法

3.1 新组合积分算法的构造

如第2节所述,3步4阶隐式 Taylor 级数法具 有 6 阶精度、A 稳定以及无限稳定性,能够采用大步 长进行仿真计算,适用于电力系统中长期过程动态仿 真。该算法每一仿真时步均需要递推各变量的高阶 导数,计算量较大,当仿真步长过小时,总的仿真效 率会降低。在机电暂态过程中,间断点较多,为保证 对机电暂态变化过程的详细描述,仿真步长不宜过 大。因此,本文在机电暂态过程仿真中不采用3步4 阶隐式 Taylor 级数法。隐式梯形积分法在电力系统 机电暂态过程仿真中应用广泛,该算法能够自启动计 算,具有 A 稳定性,能高效处理机电暂态过程仿真模 型中出现的间断问题。综上所述,为充分发挥上述2 种积分算法各自的优点,本文提出了新的组合积分算 法:在电力系统机电暂态过程中采用固定小步长的 隐式梯形积分法;在中长期过程中采用固定大步长的 3步4阶隐式 Taylor 级数法。

机电暂态过程中,如系统发生短路故障,或发生 发电机跳闸、线路断线、负荷切除等操作时采用隐式 梯形积分法: 当机电暂态过程基本平息: 切换至3步 4 阶隐式 Taylor 级数法。2 种积分方法之间的切换 需依照一定的策略,本文暂且采用相对简单的切换 策略,即机电暂态过程采用隐式梯形积分法,根据机 电暂态过程持续的时间,切换至3步4阶隐式Taylor 级数法。不同的故障对应不同的切换时间,文中切 机故障的机电暂态过程持续时间设为5s,三相短路 故障设为10s。目前本文根据机电暂态持续时间切 换的策略还较为简单和粗糙。切换判据是影响电力 系统中长期动态仿真性能的一个重要因素,高效的切 换判据应能指导 2 种积分方法在恰当的仿真时刻切 换,既要保证对机电暂态过程的详细描述,又要保证 中长期过程动态仿真的高计算效率。因此,研究行 之有效的切换判据需要依据坚实的理论基础,是今 后进一步研究的内容。

3.2 基于新算法的中长期过程动态仿真计算流程

新算法中采用的隐式梯形积分法是传统的数值积分方法,应用已经相当成熟,本文不再赘述。下面重点阐述 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的仿真计算过程。

(1)收缩节点导纳矩阵,递推求解式(7)中各状态变量的高阶导数。Taylor级数法的核心是各状态变量高阶导数的求解。本文采用文献[27]递推求解各状态变量高阶导数的方法,负荷采用恒阻抗模型。

消去负荷节点、联络节点和故障节点后,收缩到只含 发电机节点的网络方程为:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n_{g}} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n_{g}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n_{g}1} & Y_{n_{g}2} & \cdots & Y_{n_{g}n_{g}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_{1} \\ \boldsymbol{U}_{2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{U}_{n_{g}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{1} \\ \boldsymbol{I}_{2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{I}_{n_{g}} \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

将式(11)写成紧凑形式:

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \mathbf{Y}\mathbf{U} - \mathbf{I} = 0 \tag{12}$$

其中,ng 为发电机节点数;U和I分别为发电机节点端电压向量和注入电流向量;Y为收缩到只含发电机节点的导纳矩阵。代数变量的高阶导数可通过解算网络方程(11)求得,在递推求取各状态变量高阶导数的过程中,与发电机节点相关的各状态变量和代数变量的高阶导数交替计算,与其他节点的变量无关。

(2)联立求解式(7)和式(12)。文献[19]将 Taylor 级数法用于机电暂态仿真时采用的是简单迭代法。文献[12]指出,对于刚性系统采用简单迭代法会限制仿真步长的增大,而用牛顿法迭代求解能在数值积分中使用较大的步长。因此,本文在中长期动态仿真中采用牛顿迭代法,迭代公式可写为:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x} & \frac{\partial L}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial x} & \frac{\partial p}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{n,k} \\ \Delta y_{n,k} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} L(x_{n,k}, y_{n,k}) \\ p(y_{n,k}, x_{n,k}) \end{bmatrix}$$
(13)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{n,k+1} \\ \boldsymbol{y}_{n,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{n,k} \\ \boldsymbol{y}_{n,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{x}_{n,k} \\ \Delta \boldsymbol{y}_{n,k} \end{bmatrix}$$
 (14)

其中,L 为截断误差 L 组成的向量;k 为迭代次数; $x_{n,k}$ 、 $y_{n,k}$ 为 t_n 时刻第 k 次迭代的向量; $\Delta x_{n,k}$ 、 $\Delta y_{n,k}$ 为 第 k 次迭代的修正量向量。

由式(7)可知,3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法形成雅可比矩阵时需要求出各状态变量高阶导数的计算表达式,再对各变量求偏导数,而状态变量高阶导数的计算表达式较为复杂。为降低形成雅可比矩阵的复杂度,减少每次迭代形成雅可比矩阵及 LU 分解的计算量,同时考虑到在数值积分过程中雅可比矩阵的元素值变化较慢,可采用恒定的雅可比矩阵形成的经验,本文给出了 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法形成恒定雅可比矩阵的简化规则:一阶导数的式子中仅保留对各变量求偏导数为常数的项;二阶及以上导数式子保留与一阶导数含相同的变量的项,省略递推过程出现的含新变量的项。对雅可比矩阵的简化只影响迭代过程,而不影响联立求解非线性方程组的计算结果的精度。

采用 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法仿真计算的步骤如下。

a. 预测初值。用显式 4 阶 Taylor 级数法预测状

态变量初值 $x_{i,n,0}$, 预测公式如下:

$$x_{i,n,0} = x_{i,n-1} + hx_{i,n-1}^{(1)} + \frac{h^2}{2!}x_{i,n-1}^{(2)} + \frac{h^3}{3!}x_{i,n-1}^{(3)} + \frac{h^4}{4!}x_{i,n-1}^{(4)}$$
(15)

将式(15)得到的状态变量初值代入网络方程(11),求代数变量的迭代初值 $\gamma_{i,n,0}$ 。

- **b.** 递推求取高阶导数。按文献[27]的方法递推求取状态变量和代数变量当前时步迭代值的高阶导数。
- **c.** 计算右端不平衡量。将当前时步各变量迭代值的高阶导数及前3时步已收敛的值代入式(7)和式(12),求得式(13)的右端不平衡量 $L(x_{i,n,k},y_{i,n,k})$ 、 $p(y_{i,n,k},x_{i,n,k})$ 。
- **d.** 计算修正量。求解式(13),得到各状态变量和代数变量的修正量 $\Delta x_{i,n,k}, \Delta y_{i,n,k}$ 。
- **e.** 收敛判定。若 $\max_{i,j} |\Delta x_{i,n,k}, \Delta y_{j,n,k}| < \varepsilon$, 迭代结束, 当前时步计算完毕; 否则, 修正变量 $x_{i,n,k+1} = x_{i,n,k} + \Delta x_{i,n,k}, x_{j,n,k+1} = y_{j,n,k} + \Delta x_{j,n,k}, x_{j,n,k+1}$ 数后返回步骤 **b**。

图 2 为基于新组合积分算法的电力系统中长期

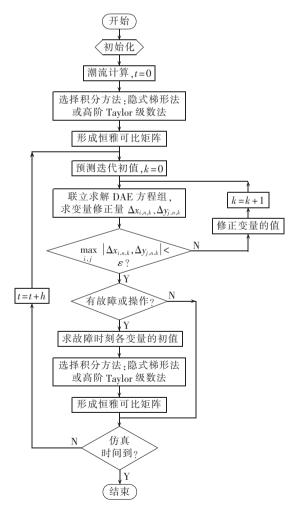


图 2 基于新算法的电力系统中长期动态仿真流程图 Fig.2 Flowchart of power system mid/long-term dynamic simulation based on new algorithm



过程动态仿真流程图。由图可知,隐式梯形积分法和3步4阶隐式 Taylor 级数法均采用联立求解的方法求解 DAE 方程组,并且均采用恒定雅可比矩阵的牛顿法。

3.3 新组合积分算法的计算效率分析

隐式梯形积分法在机电暂态仿真中采用恒定的 雅可比矩阵,仿真计算时采用固定的小步长,机电暂 态仿真模型中的间断问题容易处理,仿真效率高。其 仿真步长一般取 0.01~0.02 s。

3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的精度阶为 6 阶,最大局部截断误差常系数约为 1/2300(1/7!<1/2300<1/6!),在中长期动态仿真中采用固定的大步长仿真时,对 $\varepsilon=10^{-5}$ 的收敛精度,经过较少次数的迭代即可收敛。考虑到仿真步长过大时迭代次数的增加反而会降低总的仿真效率,本文仿真步长的合适取值为 0.1 s,为隐式梯形积分法的 $5\sim10$ 倍。另外,在数值积分过程中采用恒定雅可比矩阵,每次迭代不需要重新形成雅可比矩阵以及进行 LU 分解;收缩到只含发电机节点的网络方程后,式(13)的维数降低,每次迭代的计算量减少。可见,3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法在中长期动态仿真中效率较高。

综上,从理论上说明了新组合积分算法在电力 系统机电暂态及中长期过程动态仿真中能有较高的 仿真效率。下面通过仿真算例对其进行验证。

4 仿真算例

仿真算例采用新英格兰系统,系统结构如图 3 所示。发电机 G₁ 为平衡机,采用经典模型,其他发电机均采用双轴模型;除平衡机外,其他发电机采用 IEEE DC-I 型励磁系统。所有发电机均考虑了汽轮机及其

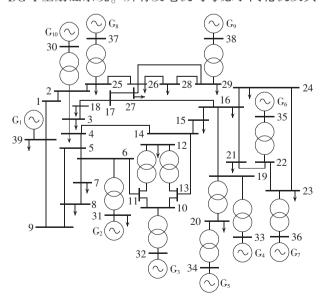


图 3 新英格兰系统图 Fig.3 New England system

调速器模型:汽轮机采用串联组合、单再热器模型; 调速器采用液压调速器模型。负荷采用恒阻抗模型。

4.1 机电暂态仿真

下面验证本文所提新组合积分算法在机电暂态仿真中的有效性,并将新组合积分算法的仿真结果与商业软件 BPA 的仿真结果进行比较,其中 BPA 与新组合积分算法采用相同的仿真模型。在 0 s 时线路4-14 在靠近母线 4 出口处发生三相金属性接地短路故障,0.1 s 时切除故障线路 4-14,0.2 s 时线路 4-14重合闸成功,仿真时间为 20 s。新组合积分算法在故障开始采用隐式梯形积分法仿真,仿真步长为 0.01 s,10 s 时切换至 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法仿真,仿真步长为 0.1 s;BPA 的仿真步长为 0.01 s。

图 4 为新组合积分算法和 BPA 仿真得到的母线 4 电压变化的对比曲线(图中电压为标幺值)。图 5 为母线 4 电压的相对误差曲线,可知相对误差的绝对值最大不超过 1.4%。仿真结果表明所提新组合积分算法与 BPA 的仿真结果吻合,验证了本文所提新组合积分算法在机电暂态仿真中的有效性和正确性。

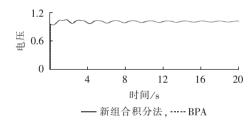


图 4 母线 4 电压变化曲线 Fig.4 Voltage curve of Bus 4

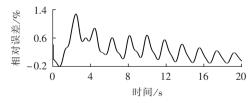


图 5 母线电压相对误差 Fig.5 Relative error of bus voltage

4.2 机电暂态及中长期过程动态仿真

为了在相同仿真条件下更方便地从迭代次数、仿真计算时间等方面分析新算法的仿真效率,在机电暂态及中长期过程动态仿真中,本文将所提新组合积分算法与隐式梯形积分法进行仿真对比。在0s时发电机 G₃ 因故障跳闸,系统减少有功功率650 MW,40s时线路8-9在靠近母线8出口处发生三相金属性接地短路故障,40.1s时切除故障线路8-9,40.2s线路8-9重合闸成功,仿真时间为200s。

4.2.1 新组合积分算法和隐式梯形积分法仿真结果 比较

新组合积分算法在0~5 s 内采用隐式梯形积分

法仿真,5 s 时切换至 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法,从 40 s 开始再次采用隐式梯形积分法仿真 10 s,50 s 时 切换至 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法。整个仿真过程中 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法的仿真步长为 0.1 s,隐式梯形积分法的仿真步长为 0.01 s。新组合积分算法和隐式梯形积分法仿真得到的系统其他发电机与发电机 G₁ 的相对功角随时间变化曲线分别如图 6 和图 7 所示,可见故障后系统最终稳定在一个新的运行状态。系统频率变化对比曲线如图 8 所示,整个仿真过程中系统最低频率约为 48.16 Hz,频率最终稳定值约为 48.2 Hz。

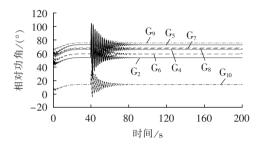


图 6 新组合积分法的发电机相对功角变化曲线 Fig.6 Variation of relative power angle of generator by new combined integral method

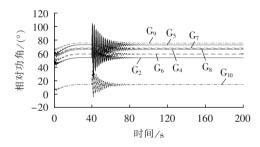


图 7 隐式梯形积分法的发电机相对功角变化曲线 Fig.7 Variation of relative power angle of generators by implicit trapezoidal integral method

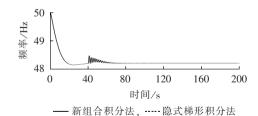


图 8 系统频率变化对比曲线

Fig.8 Comparison of system frequency variation

由上述仿真结果的对比可知,所提新组合积分算 法与隐式梯形积分法的仿真结果吻合。下面对 2 种 算法的仿真效率进行分析。

4.2.2 仿真效率对比分析

新组合积分算法和隐式梯形积分法仿真过程中迭代次数的对比曲线如图 9 所示。由图 9 可知,在 0~5 s 及 40~50 s,2 种仿真算法的迭代次数一致。5~40 s,新组合积分算法的迭代次数为 2~4 次,而隐

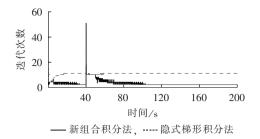


图 9 迭代次数对比曲线

Fig.9 Comparison of iteration turns

式梯形积分法的迭代次数由 4 次逐渐上升至 11 次后趋于平稳。50 s 时,新组合积分算法由隐式梯形积分法切换至 3 步 4 阶隐式 Taylor 法,迭代次数为 8 次,之后逐渐减少,100 s 开始稳定在 2 次;隐式梯形积分法在 50~60 s 迭代次数为 10~11 次,60 s 开始稳定在 11 次。由此,新组合积分算法的迭代次数明显比隐式梯形积分法少。

表 1 为 2 种仿真方法的计算时间对比。由表 1 可得,新组合积分算法的计算时间约为隐式梯形积分 法的 1/2。

表 1 2 种仿真方法的计算时间对比 able 1 Comparison of computation tim

Table 1 Comparison of computation time between two simulation methods

仿真方法	计算时间/s
新组合积分法	84.021
隐式梯形积分法	153.395

在中长期过程动态仿真中,3步4阶隐式 Taylor 级数法在每次迭代时需递推求取高阶导数,但迭代次数少,故仿真过程中导数递推和网络方程的解算次数减少。另外,3步4阶隐式 Taylor 级数法的仿真步长为隐式梯形积分法的 10倍。因此,新组合积分算法比隐式梯形积分法具有更高的仿真效率。新组合积分算法简单地根据机电暂态持续时间切换积分方法,切换时迭代次数较多,更合理的切换策略能进一步提高仿真效率。

该算例说明了隐式梯形积分法和 3 步 4 阶隐式 Taylor 级数法组合的新算法适用于机电暂态及中长 期过程动态仿真,在中长期过程动态仿真中能采用 较大的仿真步长,有效地提高了仿真效率。

5 结论

本文提出了电力系统中长期过程动态仿真新组 合积分算法,并取得了以下成果。

- **a.** 机电暂态过程采用恒定雅可比矩阵的隐式梯形积分法,固定的小步长处理仿真模型中的间断问题,仿真效率高。
- **b.** 探索性地将高精度阶 A 稳定隐式 Taylor 级数法用于电力系统中长期过程动态仿真中,采用固定



的大步长进行仿真计算,提高了仿真效率。另外,对3步4阶隐式 Taylor 级数法积分公式待定常系数的确定方法进行了改进;将传统 Taylor 级数法普遍采用简单迭代法改进为恒定雅可比矩阵的牛顿法,并给出了恒定雅可比矩阵的化简方法。

本文以新英格兰系统为例验证了所提新组合积分算法的有效性和可行性,为电力系统中长期过程动态仿真方法的研究提供了新的思路。

参考文献:

- [1] 汤涌. 电力系统全过程动态(机电暂态与中长期动态过程)仿真技术与软件研究[D]. 北京:中国电力科学研究院,2002.
 - TANG Yong. The studies on techniques and software of power system full dynamic (electric-mechanical transient, mid-term and long-term dynamic) simulation[D]. Beijing: China Electric Power Research Institute, 2002.
- [2] KUNDUR P. 电力系统稳定与控制[M]. 周孝信,译. 北京:中国电力出版社,2002:727-742.
- [3] SANCHEZ-GASCA J J,AQUILA R D,PASERBA J J,et al. Extended-term dynamic simulation using variable time step integration [J]. IEEE Computer Applications in Power, 1993, 6 (4):23-28.
- [4] FANKHAUSER H R, ANEROS K, EDRIS A, et al. Advanced simulation techniques for the analysis of power system dynamics [J]. IEEE Computer Applications in Power, 1990, 3(4):31-36.
- [5] 赵光明. 基于电力系统全过程动态仿真的数值算法和模型研究 [D]. 北京:中国电力科学研究院,2001.
 - ZHAO Guangming. The research on the numerical algorithm and models for power system unified dynamic simulation[D]. Beijing: China Electric Power Research Institute, 2001.
- [6] 汤涌,宋新立,刘文焯,等. 电力系统全过程动态仿真的数值方法——电力系统全过程动态仿真软件开发之一[J]. 电网技术, 2002,26(9):7-12.
 - TANG Yong, SONG Xinli, LIU Wenzhuo, et al. Power system full dynamic simulation part I:numerical method[J]. Power System Technology, 2002, 26(9):7-12.
- [7] 汤浦,刘文焯,宋新立,等. 电力系统全过程动态仿真的故障模拟——电力系统全过程动态仿真软件开发之二[J]. 电网技术, 2002,26(10):1-5.
 - TANG Yong, LIU Wenzhuo, SONG Xinli, et al. Power system full dynamic simulation part II: fault simulations [J]. Power System Technology, 2002, 26(10): 1-5.
- [8] 汤浦,宋新立,刘文焯,等. 电力系统全过程动态仿真中的长过程动态模型——电力系统全过程动态仿真软件开发之三[J]. 电网技术,2002,26(11):20-25.
 - TANG Yong, SONG Xinli, LIU Wenzhuo, et al. Power system full dynamic simulation part III: long term dynamic models [J]. Power System Technology, 2002, 26(11):20-25.
- [9] 宋新立,王成山,刘涛,等. 电力系统全过程动态仿真中的机炉协调控制系统模型研究[J]. 中国电机工程学报,2013,33(25): 167-172.
 - SONG Xinli, WANG Chengshan, LIU Tao, et al. Modeling of boiler-turbine coordinated control system in coal-fired power plants for power system unified dynamic simulation of transient, medium-

- term and long-term stabilities [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(25):167-172.
- [10] 宋新立,王成山,仲悟之,等. 电力系统全过程动态仿真中的自动发电控制模型[J]. 电网技术,2013,37(12):3439-3444. SONG Xinli,WANG Chengshan,ZHONG Wuzhi,et al. Modeling of automatic generation control for power system transient, medium-term and long-term stabilities simulations[J]. Power System Technology,2013,37(12):3439-3444.
- [11] 汤涌,刘文焯,宋新立,等。电力系统全过程动态仿真的实例与分析——电力系统全过程动态仿真软件开发之四[J]。电网技术,2002,26(12):5-8.
 - TANG Yong, LIU Wenzhuo, SONG Xinli, et al. Power system full dynamic simulation part IV; case studies [J]. Power System Technology, 2002, 26(12); 5-8.
- [12] 宋新立,汤涌,刘文焯,等. 电力系统全过程动态仿真的组合数值积分算法研究[J]. 中国电机工程学报,2009,29(28):23-29. SONG Xinli,TANG Yong,LIU Wenzhuo, et al. Mixed numerical integral algorithm for full dynamic simulation of the power system[J]. Proceedings of the CSEE,2009,29(28):23-29.
- [13] 宋新立. 电力系统全过程动态仿真算法与模型研究[D]. 天津: 天津大学,2014. SONG Xinli. Research on the algorithm and models for power sytem unified dynamic simulation[D]. Tianjin:Tianjin University,
- [14] VALERIU S, BERTRAND H. Construction and analysis of an automatic multirate time domain simulation method for large power systems [J]. Electric Power Systems Research, 2014, 107 (2):28-35.
- [15] BERTRAND H, VALERIU S, PATRICK P. A multirate approach for time domain simulation of very large power systems [C] // International Conference on System Science. Hawaii, USA: IEEE, 2012:2125-2132.
- [16] CROW M L, CHEN J G. The multirate method for simulation of power system dynamics [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1994, 9(3):1684-1690.
- [17] CHEN Jingjia, CROW M L. A variable partitioning strategy for the multirate method in power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(2):259-266.
- [18] 白雪峰,郭志忠. Taylor 级数法暂态稳定计算中阶数的动态控制[J]. 电力系统自动化,1999,23(22):5-7.
 - BAI Xuefeng, GUO Zhizhong. The dynamic control of order selection in fast transient stability simulation by higher order Taylor series expansions [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(22):5-7.
- [19] 王宇宾,常鲜戎,罗艳,等. 基于隐式 Taylor 级数法的电力系统 暂态稳定计算[J]. 华北电力大学学报,2005,32(2):1-6. WANG Yubin,CHANG Xianrong,LUO Yan,et al. An implicit Taylor series method for simulation of power system transient
- (2):1-6. [20] 徐英,白雪峰,郭志忠. 多步高阶暂态稳定计算方法[J]. 电力系统自动化,2009,33(15):33-37.

[J]. Journal of North China Electric Power University, 2005, 32

XU Ying, BAI Xuefeng, GUO Zhizhong. Transient stability calculation based on explicit multi-step multi-derivative integration method [J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(15):33-37.

- **120**
- [21] 刘建楠,白雪峰,徐英,等. 多步高阶 Taylor 级数暂态稳定最优积分格式[J]. 电力自动化设备,2012,32(10):121-126.
 - LIU Jiannan, BAI Xuefeng, XU Ying, et al. Optimal integral scheme of multi-step high-order Taylor series method for transient stability calculation [J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(10):121-126.
- [22] 夏世威,郭志忠,陈士麟,等. 变阶多步 Taylor 级数法暂态稳定并行计算[J]. 电力系统保护与控制,2012,40(22):25-31.

 XIA Shiwei,GUO Zhizhong,CHEN Shilin,et al. Parallel transient stability calculation by multi-step dynamic-order Taylor method
- [23] 徐英,郭志忠. 多步高阶隐式泰勒级数法暂态稳定计算[J]. 电力系统保护与控制,2011,39(23):11-15.

 XU Ying,GUO Zhizhong. Transient stability calculation by
 - XU Ying, GUO Zhizhong. Transient stability calculation by implicit multi-step Taylor series method[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(23):11-15.

[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(22):25-31.

- [24] 郑焕坤,常鲜戎,王正辉. 高精度 A 稳定隐式调谐 Taylor 级数 法在电力系统中的应用[J]. 电工技术学报,2012,27(1):217-223. ZHENG Huankun,CHANG Xianrong,WANG Zhenghui. Application of high precision and A-stability implicit tuned Taylor series method in power system[J]. Transaction of China Electrotechnical Society,2012,27(1):217-223.
- [25] 郑焕坤. 高精度 A 稳定电力系统暂态稳定计算方法研究及应用[D]. 保定:华北电力大学,2013.
 - ZHENG Huankun. Research on method with high accuracy and 'A' stability of power system transient stability calculation and application [D]. Baoding: North China Electric Power

- University, 2013.
- [26] 袁兆鼎,费景高,刘德贵. 刚性常微分方程初值问题数值解法 [M]. 北京:科学出版社,1987:1-17.
- [27] 郭志忠,柳焯. 快速高阶 Taylor 级数法暂态稳定计算[J]. 中国电机工程学报,1991,11(3):10-18.
 - GUO Zhizhong, LIU Zhuo. Fast transient stability simulation by higher order Taylor series expansions [J]. Proceedings of the CSEE, 1991, 11(3):10-18.
- [28] SU Hongtian, FANG Dazhang, SONG Wennan, et al. Constant Jacobian matrix and its application to fast trajectory simulation of power systems [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2002, 149(2):210-214.

作者简介:



张 芳(1972 —),女,内蒙古呼和浩特人,副研究员,博士,研究方向为电力系统中长期过程动态仿真、柔性高压直流输电及灵活交流输电系统控制方法(\mathbf{E} -mail: zhangfang@tju.edu.cn);

仇雪芳(1991 —),女,广东茂名人,硕 张 芳 士研究生,主要研究方向为电力系统中长期 过程动态仿真:

李传栋(1979—), 男,福建安溪人,高级工程师,博士,主要研究方向为电力系统稳定分析及规划。

Combined integral method for mid/long-term dynamic simulation of power system

ZHANG Fang¹, QIU Xuefang¹, LI Chuandong²

- (1. Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 - 2. Electric Power Research Institute of Fujian Provincial Power Co., Ltd., Fuzhou 350007, China)

Abstract: The mid/long-term process of power system is nonlinear and strong stiff, its simulation time-span is long, and compared with the electromechanical transient process, it requires the numerical integral algorithm has higher numerical stability, convergence and computational efficiency. A new integral method combining the implicit trapezoidal integral method and the multi-step multi-derivative implicit Taylor series method is proposed. The implicit trapezoidal integral method is used in the electromechanical transient process while the multi-step multi-derivative implicit Taylor series method in the mid/long-term process. Results of case simulation and analysis show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

Key words: electric power systems; electromechanical transient; mid/long-term dynamic; stiff system; new combined integral method