基于内点半定规划法的含UPFC的最优潮流

朱梓荣[1],卫志农[1],赵静波[2],李　群[2],王大江[2],孙国强[1],臧海祥[1]
(1.河海大学 能源与电气学院,江苏 南京 211100;2.国网江苏省电力公司电力科学研究院,江苏 南京 211103)

摘要:传统最优潮流(OPF)问题是一个非凸优化问题,统一潮流控制器(UPFC)的引入进一步增加了OPF问题的非凸程度,因此传统内点法无法有效保证所得解的全局最优性。基于此,将对初值选取不敏感、具有全局收敛能力的内点半定规划(SDP)算法推广至计及UPFC的电力系统OPF问题中,将UPFC变量添加至系统状态变量中,并对增广变量进行优化重组,利用直角坐标的二次形态将含UPFC的OPF问题映射到SDP空间。对IEEE 30、57、118、300节点系统和一个实际系统进行算例测试,结果表明所提算法有效保证了所得解的全局最优性,对增广变量的优化重组有效提高了算法的计算效率和数值稳定性。

关键词:最优潮流;半定规划;统一潮流控制器;内点法;全局最优解
中图分类号:TM 732　　**文献标识码**:A　　DOI:10.16081/j.issn.1006-6047.2018.11.014

0　引言

电网负荷日益增加,而土地资源稀缺、网架改善工作难以进行等因素却导致地区电网供电能力日趋不足,因此寻找缓解此矛盾的方法刻不容缓。统一潮流控制器(UPFC)装置能在不改变系统原有网架的情况下,通过对可控元件参数的调整,实现对母线电压和线路潮流的灵活控制,从而对输送功率进行合理分配,消除线路重载,提高分区供电能力[1-4],具有广泛的应用前景。2015年12月11日,南京西环网UPFC工程正式投入运行,拉开了UPFC在国内电力系统中应用的序幕。苏州500 kV UPFC工程投入建设进一步验证了UPFC的工程价值,因此进行含UPFC的电力系统分析具有重要的理论价值和现实意义。

最优潮流(OPF)是电力系统优化运行领域的重要分支[5],其能在满足电力系统安全约束的情况下,改善系统的运行状态,提高系统运行的经济性。研究含UPFC的OPF问题可在提高电网供电能力的同时充分发挥UPFC对线路潮流的调控能力,进一步提高电网运行的安全性。文献[6-8]研究了计及UPFC的电力系统有功和无功优化问题,验证了UPFC在降低系统网损、提高系统运行经济性方面的有效性;文献[9]研究了UPFC在计及风电不确定性的OPF问题中的应用,验证了UPFC平抑风电波动性的能力。文献[8-9]采用原-对偶内点法PDIPM(Primal-Dual Interior Point Method)对问题进行求解,该算法求解速度快、收敛性好,但其在直接求解非凸优化问题时对初值的要求较高,离某个局部最优解LOS(Local Optimal Solution)较近的初值可能导致算法最终收敛到该LOS,以致影响优化调度的效果,而不合理的初值设定可能会使算法的收敛性变差甚至不收敛。而传统OPF问题本身就是非凸优化问题,UPFC的引入会进一步增加其非凸程度,因此寻找能保证全局最优解的算法是亟待解决的问题之一。

内点半定规划(SDP)算法将优化问题转化为一系列矩阵不等式构成的凸优化问题,其对初值的要求较低,较好地解决了非凸优化对初值的依赖性问题,有效保证解的全局最优性,因此近年来被广泛关注。文献[10]将SDP引入电力系统OPF问题中,验证了SDP在求解OPF问题时的有效性;文献[11]提出一种OPF问题的半定松弛模型,通过对目标函数线性化处理将OPF问题转换成凸优化问题,解决了OPF的非凸问题;文献[12]将半定松弛技术扩展到交直流网络的OPF问题中;文献[13]提出一种加强SDP算法,通过对变量矩阵增加约束的方式使松弛更加严格,从而更好地保证解的全局最优性;文献[14]将SDP应用于电力系统状态估计中,进一步拓宽了SDP的应用领域。

基于上述分析,本文首先建立UPFC的独立支路稳态模型,采用二次形态完整的直角坐标表述含UPFC的OPF问题;其次通过引入松弛因子和辅助变量将目标函数和约束条件转换成二次型等式形式;然后根据各变量之间的代数关系,对各变量进行优化重组,并将UPFC变量嵌入系统变量中,从而将OPF问题转化成一系列半定矩阵等式组成的优化问题;最终将含UPFC的OPF模型映射到SDP空间,并调用SDPT3[15]求解器对模型进行求解。算例结果表明,本文所提算法收敛性好、精度高,能有效发挥UPFC的调控能力,弥补内点法在求解非凸优化问题时无法保证全局最优解的缺陷,具有一定的实用价值。

收稿日期:2017-11-13;**修回日期**:2018-07-30
基金项目:国网江苏省电力有限公司科技项目(J2017047)
Project supported by Science and Technology Project of State Grid Jiangsu Electric Power Co.,Ltd.(J2017047)

1　含 UPFC 的 OPF 模型

1.1　考虑损耗的 UPFC 模型

为了保证模型的精确性,本文中 UPFC 稳态模型采用考虑自身损耗的双电压源独立支路模型。该模型的基本思想是将 UPFC 所在支路分解为 UPFC 支路和原线路支路,从而使 UPFC 成为独立的支路参与 OPF 计算。其模型如图 1 所示。图中,$\boldsymbol{U}_s$ 和 $\boldsymbol{U}_m$ 分别为 UPFC 所在支路的首、末节点电压;$\boldsymbol{U}_r$ 为因 UPFC 接入而新增的虚拟节点电压;$\boldsymbol{U}_{\mathrm{E}}$、$\boldsymbol{I}_{\mathrm{E}}$ 和 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{B}}$、$\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}$ 分别为 UPFC 并联侧和串联侧的电压和电流;R_{E}、X_{E}、R_{B}、X_{B}、R_{sm}、X_{sm}分别为相应支路的电阻和电抗;B 为所在支路对地电纳。

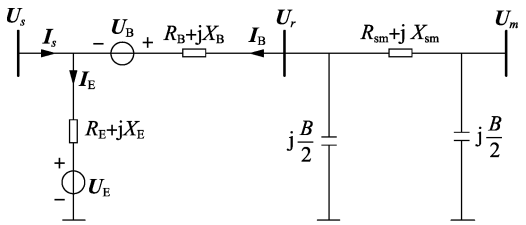


图 1　UPFC 双电压源独立支路模型

Fig.1　Dual voltage source and independent branch model of UPFC

将 UPFC 的作用等效为两端的节点注入功率[16],其稳态模型可等效成图 2。图中,S_{sr} 和 S_{rs} 分别为 UPFC 对 s 端和 r 端的等效注入功率,可由下式求得:

$$\begin{cases} S_{sr}=P_{sr}+\mathrm{j}Q_{sr}=\boldsymbol{U}_s\boldsymbol{I}_s^*=\boldsymbol{U}_s(\boldsymbol{I}_{\mathrm{E}}-\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}})^* \\ S_{rs}=P_{rs}+\mathrm{j}Q_{rs}=\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}^* \end{cases} \tag{1}$$

其中,“ * ”表示某相量的共轭相量。

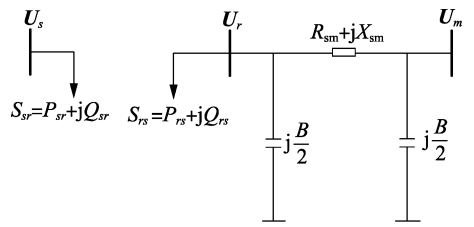


图 2　UPFC 稳态等效模型

Fig.2　Equivalent model of UPFC at steady state

在 UPFC 的稳态模型中,流入换流器的功率等于流出换流器的功率,因此 UPFC 需要满足换流器内部有功功率平衡约束,也即串、并联侧换流器对应的有功输入 P_{B}、P_{E} 之和为 0。P_{E} 和 P_{B} 可由下式求得:

$$\begin{cases} P_{\mathrm{E}}=\mathrm{Re}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{E}}^*) \\ P_{\mathrm{B}}=\mathrm{Re}(\boldsymbol{U}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{I}_{\mathrm{B}}^*) \end{cases} \tag{2}$$

其中,Re 表示复数实部。

1.2　计及 UPFC 的 OPF 模型

OPF 问题是一个非线性规划问题,其标准形式可写为:

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{x}) \\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=0 \\ \qquad \underline{\boldsymbol{g}}\leqslant\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\leqslant\overline{\boldsymbol{g}} \end{cases} \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{x}$ 为优化问题的变量;$f(\boldsymbol{x})$ 为目标函数;$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ 为等式约束;$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ 为不等式约束;$\overline{\boldsymbol{g}}$ 和 $\underline{\boldsymbol{g}}$ 分别为不等式约束的上、下限。

由于直角坐标的二次型形态更为完整,为了便于映射到 SDP 空间,本文采用基于直角坐标系的 OPF 模型。以发电费用最小为目标函数:

$$\min f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{n_{\mathrm{g}}}(a_{2i}P_{\mathrm{G}i}^2+a_{1i}P_{\mathrm{G}i}+a_{0i}) \tag{4}$$

其中,n_{g} 为发电机数量;a_{2i}、a_{1i}和 a_{0i}为第 i 台发电机耗费特性参数;$P_{\mathrm{G}i}$为第 i 台发电机有功出力。

等式约束主要为各节点功率平衡约束(其中 UPFC 所在线路首端节点及新增的虚拟节点需增加 UPFC 注入功率项)、平衡节点电压虚部约束:

$$\begin{cases} P_{\mathrm{G}i}-P_{sr,\mathrm{if}\ i=s}-P_{rs,\mathrm{if}\ i=r}-e_i\sum\limits_{j\in i}(G_{ij}e_j-B_{ij}f_j)- \\ \qquad f_i\sum\limits_{j\in i}(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j)=P_{\mathrm{D}i}\quad i\in S_{\mathrm{B}} \\ Q_{\mathrm{G}i}-Q_{sr,\mathrm{if}\ i=s}-Q_{rs,\mathrm{if}\ i=r}-f_i\sum\limits_{j\in i}(G_{ij}e_j-B_{ij}f_j)+ \\ \qquad e_i\sum\limits_{j\in i}(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j)=Q_{\mathrm{D}i}\quad i\in S_{\mathrm{B}} \\ f_{\mathrm{b}}=0 \end{cases} \tag{5}$$

其中,S_{B} 为所有节点组成的集合;$P_{sr,\mathrm{if}\ i=s}$表示当 $i=s$ 时,需增加 UPFC 注入项 P_{sr},$P_{rs,\mathrm{if}\ i=r}$、$Q_{sr,\mathrm{if}\ i=s}$ 和 $Q_{rs,\mathrm{if}\ i=r}$含义类似;$j\in i$ 表示节点 j 与节点 i 相连;e_i 和 f_i 分别为节点 i 电压的实部和虚部;$Q_{\mathrm{G}i}$为节点 i 的发电机无功出力,当该节点没有发电机与其相连时,$P_{\mathrm{G}i}=0$、$Q_{\mathrm{G}i}=0$;$P_{\mathrm{D}i}$和 $Q_{\mathrm{D}i}$分别为节点 i 的有功、无功负荷;G_{ij}和 B_{ij}分别为导纳矩阵中支路 i-j 对应元素的实部和虚部;f_{b} 为平衡节点电压虚部。

同时,等式约束还包括 UPFC 功率平衡约束和 UPFC 控制参数约束。其中 UPFC 控制参数包括并联侧节点的电压约束和串联侧节点的注入功率约束[17]。根据图 2 所示稳态等效模型,忽略线路两端的并联导纳,则串联侧节点的注入功率可以由下式求得:

$$\begin{cases} P_{mr}=(e_m^2+e_r^2-e_me_r-f_mf_r)g_{mr}+(e_mf_r-e_rf_m)b_{mr} \\ Q_{mr}=-(e_m^2+e_r^2-e_me_r-f_mf_r)b_{mr}+(e_mf_r-e_rf_m)g_{mr} \end{cases} \tag{6}$$

此时,UPFC 引入而新增的约束可写为:

$$\begin{cases} P_{\mathrm{E}}+P_{\mathrm{B}}=0 \\ P_{mr}=P_{\mathrm{ref}} \\ Q_{mr}=Q_{\mathrm{ref}} \\ e_s^2+f_s^2=U_{\mathrm{ref}}^2 \end{cases} \tag{7}$$

其中，P_{mr}、Q_{mr}分别为UPFC所在支路串联侧节点的注入有功、无功功率；g_{mr}、b_{mr}分别为UPFC所在支路的电导和电纳；P_{ref}、Q_{ref}和U_{ref}分别为UPFC的控制参数。

根据式(1)和式(2)可推导出P_{sr}、Q_{sr}、P_{rs}、Q_{rs}、P_{E}及P_{B}的表达式，由于公式较复杂，本文仅给出P_{sr}和P_{E}的表达式，分别如式(8)、(9)所示，其余变量依此类推。

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{E}}=&e_{\mathrm{E}}(e_s-e_{\mathrm{E}})g_{\mathrm{E}}-e_{\mathrm{E}}(f_s-f_{\mathrm{E}})b_{\mathrm{E}}+\\&f_{\mathrm{E}}(f_s-f_{\mathrm{E}})g_{\mathrm{E}}+f_{\mathrm{E}}(e_s-e_{\mathrm{E}})b_{\mathrm{E}}\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}P_{sr}=&e_s(e_s-e_{\mathrm{E}})g_{\mathrm{E}}-e_s(f_s-f_{\mathrm{E}})b_{\mathrm{E}}+f_s(e_s-e_{\mathrm{E}})b_{\mathrm{E}}+\\&f_s(f_s-f_{\mathrm{E}})g_{\mathrm{E}}-e_s(e_r-e_s-e_{\mathrm{B}})g_{\mathrm{B}}+e_s(f_r-f_s-f_{\mathrm{B}})b_{\mathrm{B}}-\\&f_s(e_r-e_s-e_{\mathrm{B}})g_{\mathrm{B}}-f_s(f_r-f_s-f_{\mathrm{B}})b_{\mathrm{B}}\end{aligned}\tag{9}$$

其中，e_s、f_s、e_r、f_r、e_{E}、f_{E}、e_{B}、f_{B}分别为各电压的实部和虚部；g_{E}、b_{E}和g_{B}、b_{B}分别为UPFC并联侧和串联侧的电导及电纳。

不等式约束包括发电机出力约束、节点电压幅值约束和UPFC相关变量约束：

$$\begin{cases}\underline{P}_{\mathrm{G}i}\leqslant P_{\mathrm{G}i}\leqslant\overline{P}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ \underline{Q}_{\mathrm{G}i}\leqslant Q_{\mathrm{G}i}\leqslant\overline{Q}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ \underline{U}_i^2\leqslant e_i^2+f_i^2\leqslant\overline{U}_i^2 & i\in S_{\mathrm{B}}\\ \underline{U}_{\mathrm{E}}^2\leqslant e_{\mathrm{E}}^2+f_{\mathrm{E}}^2\leqslant\overline{U}_{\mathrm{E}}^2\\ \underline{U}_{\mathrm{B}}^2\leqslant e_{\mathrm{B}}^2+f_{\mathrm{B}}^2\leqslant\overline{U}_{\mathrm{B}}^2\end{cases}\tag{10}$$

其中，S_{G}为发电机节点编号组成的集合；“$\underline{\cdot}$”和“$\overline{\cdot}$”分别为各变量的下限和上限。

2 基于SDP的含UPFC的OPF问题

2.1 SDP的定义及求解方法

SDP是在满足对称矩阵的仿射组合半正定的约束条件下，使线性函数值最小(或最大)的优化问题。与传统线性规划相比，原向量变量$\boldsymbol{x}$由矩阵变量$\boldsymbol{X}$代替，相应的约束条件$\boldsymbol{x}\geqslant 0$则由$\boldsymbol{X}\geqslant 0$代替。由于SDP的约束是非线性、非光滑、凸的，因此SDP是一个凸优化问题，能够保证解的全局最优性。SDP由原始问题和对偶问题组成。

SDP原始问题的标准形式为：

$$\begin{cases}\min\ \boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{X}\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{A}_k\cdot\boldsymbol{X}=b_k\quad k=1,2,\cdots,t\\ \qquad \boldsymbol{X}\geqslant 0\end{cases}\tag{11}$$

SDP对偶问题的标准形式为：

$$\begin{cases}\max\ \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\\ \text{s.t.}\ \sum\limits_{k=1}^{t}\boldsymbol{A}_k y_k+\boldsymbol{P}=\boldsymbol{C}\\ \qquad \boldsymbol{P}\geqslant 0\end{cases}\tag{12}$$

其中，“$\cdot$”表示矩阵的迹；$\boldsymbol{A}_k$为$n\times n$(n为优化问题变量数)维对称矩阵，故有$\boldsymbol{A}_k\cdot\boldsymbol{X}=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}A_{ij}X_{ij}$，$A_{ij}$为矩阵$\boldsymbol{A}_k$第$i$行第$j$列元素，$X_{ij}$为矩阵$\boldsymbol{X}$第$i$行第$j$列元素；$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{y}$为$t$($t$为等式约束个数)维实向量，其第$k$个元素分别为$b_k$和$y_k$；$\boldsymbol{P}$为$n\times n$维实对称矩阵；$\boldsymbol{C}$为$n\times n$维系数矩阵。

求解SDP的常用方法有内点法、原始变尺度法和对偶变尺度法等，这些方法的求解原理及流程可参考文献[18-19]。本文采用收敛性较好的内点法求解基于SDP的OPF问题。

2.2 模型预处理及变量优化分组

为了将OPF问题映射到SDP空间，需要对模型进行预处理，首先将不等式转换成等式形式，并将目标函数和所有约束条件写成二次型形式，因此需要在模型中引入一些松弛变量及辅助变量。预处理后的OPF模型可以表示为如下形式。

a. 目标函数：

$$\min f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{n_{\mathrm{g}}}(a_{2i}P_{\mathrm{G}i}^2+a_{1i}P_{\mathrm{G}i}d_{Pi}+a_{0i}d_{Pi}^2)\tag{13}$$

b. 等式约束包括式(5)中前2项、式(7)和式(14)。

$$\begin{cases}P_{\mathrm{G}i}d_{Pi}+u_{Pi}^2=\overline{P}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ P_{\mathrm{G}i}d_{Pi}-l_{Pi}^2=\underline{P}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ Q_{\mathrm{G}i}d_{Qi}+u_{Qi}^2=\overline{Q}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ Q_{\mathrm{G}i}d_{Qi}-l_{Qi}^2=\underline{Q}_{\mathrm{G}i} & i\in S_{\mathrm{G}}\\ e_i^2+f_i^2+u_i^2=\overline{U}_i^2 & i\in S_{\mathrm{B}}\cup S_{\mathrm{U}}\\ e_i^2+f_i^2-l_i^2=\underline{U}_i^2 & i\in S_{\mathrm{B}}\cup S_{\mathrm{U}}\\ f_{\mathrm{b}}^2=0\end{cases}\tag{14}$$

c. 辅助变量约束：

$$d_{Pi}^2=d_{Qi}^2=1\tag{15}$$

其中，S_{B}包括新增虚拟节点；S_{U}为UPFC电压索引组成的集合；u_{Pi}、l_{Pi}、u_{Qi}、l_{Qi}、u_i和l_i为引入的松弛因子；d_{Pi}和d_{Qi}为将等式转化成二次型而引入的辅助变量，不改变原式的值，因此其值为1。

由于松弛因子和辅助变量的引入，映射到SDP空间的OPF模型规模将大幅增加，对变量进行合理的优化分组可有助于提高模型求解效率。从现有OPF模型可看出，发电机有功、无功出力变量和节点电压变量间相互独立，而各不等式引入的松弛变量间无代数关系，但UPFC相关变量无法独立于系统变量而存在，与系统变量间的耦合非常紧密。基于此，本文将变量分为以下几组，将UPFC相关变量嵌入系统变量中，从而使同组中各变量的代数关系更加紧密，不同组间变量的耦合变弱，以提高同组变量间的通信效率，减少不同组间信息的交互。

a. 发电机有功变量组：

$$\boldsymbol{x}_1=[P_{Gi},d_{Pi}]\quad i\in S_G$$

b. 发电机有功松弛变量组:

$$\boldsymbol{x}_2=[u_{Pi},l_{Pi}]\quad i\in S_G$$

c. 发电机无功变量组:

$$\boldsymbol{x}_3=[Q_{Gi},d_{Qi}]\quad i\in S_G$$

d. 发电机有功松弛变量组:

$$\boldsymbol{x}_4=[u_{Qi},l_{Qi}]\quad i\in S_G$$

e. 节点电压组(含 UPFC 串、并联侧电压):

$$\boldsymbol{x}_5=[e_i,f_i,\cdots,e_E,f_E,e_B,f_B]\quad i\in S_B$$

f. 电压松弛变量组(含 UPFC 串、并联侧电压松弛变量):

$$\boldsymbol{x}_6=[u_i,l_i,\cdots,u_E,l_E,e_B,l_B]\quad i\in S_B$$

2.3　将模型映射到 SDP 空间

根据上述变量分组,OPF 问题涉及的相关变量可写为 $\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{x}_3,\boldsymbol{x}_4,\boldsymbol{x}_5,\boldsymbol{x}_6]$,因此 SDP 问题的变量矩阵如式(16)所示。

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1^2 & \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2 & \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_3 & \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_4 & \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_5 & \boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_6\\ \boldsymbol{x}_2\boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_2^2 & \boldsymbol{x}_2\boldsymbol{x}_3 & \boldsymbol{x}_2\boldsymbol{x}_4 & \boldsymbol{x}_2\boldsymbol{x}_5 & \boldsymbol{x}_2\boldsymbol{x}_6\\ \boldsymbol{x}_3\boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_3\boldsymbol{x}_2 & \boldsymbol{x}_3^2 & \boldsymbol{x}_3\boldsymbol{x}_4 & \boldsymbol{x}_3\boldsymbol{x}_5 & \boldsymbol{x}_3\boldsymbol{x}_6\\ \boldsymbol{x}_4\boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_4\boldsymbol{x}_2 & \boldsymbol{x}_4\boldsymbol{x}_3 & \boldsymbol{x}_4^2 & \boldsymbol{x}_4\boldsymbol{x}_5 & \boldsymbol{x}_4\boldsymbol{x}_6\\ \boldsymbol{x}_5\boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_5\boldsymbol{x}_2 & \boldsymbol{x}_5\boldsymbol{x}_3 & \boldsymbol{x}_5\boldsymbol{x}_4 & \boldsymbol{x}_5^2 & \boldsymbol{x}_5\boldsymbol{x}_6\\ \boldsymbol{x}_6\boldsymbol{x}_1 & \boldsymbol{x}_6\boldsymbol{x}_2 & \boldsymbol{x}_6\boldsymbol{x}_3 & \boldsymbol{x}_6\boldsymbol{x}_4 & \boldsymbol{x}_6\boldsymbol{x}_5 & \boldsymbol{x}_6^2\end{bmatrix}\tag{16}$$

由 OPF 模型可知 $\boldsymbol{X}$ 中仅有对角线矩阵块参与计算,而各对角块之间没有信息交互,因此可对 $\boldsymbol{X}$ 进行分块计算,以此减少计算内存,提高计算效率。此时各对角阵所对应系数矩阵与其同维,每个约束条件对应 6 个系数矩阵。根据 SDP 的定义,这些矩阵是对称的,因此可根据约束条件的二次形式直接写出各系数矩阵,其方法与文献[10]中方法类似,在此不再赘述。本文将 UPFC 变量嵌入系统变量中,仅存在矩阵内部通信,因此相对于传统 OPF 的 SDP 模型仅需在 UPFC 所在支路的两端节点的注入功率上增加 UPFC 等效注入功率项,此时式(1)、(2)可写成对称半定矩阵迹运算的形式。本文仅以 P_E 和 P_{sr} 的形式为例,如式(17)、(18)所示。迹运算符右侧即为系数矩阵,其阶数应为 $(2n_b+4)\times(2n_b+4)$,n_b 为节点个数,但为了更直观地表述其中元素,本文截取其中计算相关项进行展示。

值得一提的是,根据各变量矩阵的定义可知,变量矩阵满足秩为 1 的约束。但对于秩的约束是一个非凸的约束条件,因此本文将该约束条件松弛为变量矩阵半正定,从而将该约束转换成凸约束条件。为了验证松弛的严格性,本文将所得结果映射回原空间,如果映射结果能满足系统运行的安全约束,则说明松弛是严格的[20]。

$$P_E=\begin{bmatrix}e_s^2 & e_sf_s & e_se_E & e_sf_E\\ f_se_s & f_s^2 & f_se_E & f_sf_E\\ e_Ee_s & e_Ef_s & e_E^2 & e_Ef_E\\ f_Ee_s & f_Ef_s & f_Ee_E & f_E^2\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & 0 & g_E & b_E\\ 0 & 0 & -b_E & g_E\\ g_E & -b_E & -2g_E & 0\\ b_E & g_E & 0 & -2g_E\end{bmatrix}\tag{17}$$

$$P_{sr}=\begin{bmatrix}e_s^2 & e_sf_s & e_se_r & e_sf_r & e_se_E & e_sf_E & e_se_B & e_sf_B\\ f_se_s & f_s^2 & f_se_r & f_sf_r & f_se_E & f_sf_E & f_se_B & f_sf_B\\ e_re_s & e_rf_s & e_r^2 & e_rf_r & e_re_E & e_rf_E & e_re_B & e_rf_B\\ f_re_s & f_rf_s & f_re_r & f_r^2 & f_re_E & f_rf_E & f_re_B & f_rf_B\\ e_Ee_s & e_Ef_s & e_Ee_r & e_Ef_r & e_E^2 & e_Ef_E & e_Ee_B & e_Ef_B\\ f_Ee_s & f_Ef_s & f_Ee_r & f_Ef_r & f_Ee_E & f_E^2 & f_Ee_B & f_Ef_B\\ e_Be_s & e_Bf_s & e_Be_r & e_Bf_r & e_Be_E & e_Bf_E & e_B^2 & e_Bf_B\\ f_Be_s & f_Bf_s & f_Be_r & f_Bf_r & f_Be_E & f_Bf_E & f_Be_B & f_B^2\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{bmatrix}2g_E+2g_B & g_B-b_B & -g_B & b_B & -g_E & b_E & g_B & -b_B\\ g_B-b_B & 2g_E+2b_B & -g_B & -b_B & -b_E & -g_E & g_B & b_B\\ -g_B & -g_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ b_B & -b_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -g_E & -b_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ b_E & -g_E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ g_B & g_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -b_B & b_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\tag{18}$$

3　算例分析

本文基于 MATLAB 2014a 进行编程,调用 SDPT3 求解器求解 SDP 模型,采用 IEEE 30、57、118、300 节点系统进行算例测试。各系统的参数见表 1,UPFC 安装在潮流较大且优化效果较好的关键支路上[21]。

表 1　测试系统基本参数

Table 1　Basic parameters of test systems

测试系统	发电机数	支路数	UPFC 安装位置
IEEE 30	6	41	支路 21-22
IEEE 57	7	80	支路 6-8
IEEE 118	54	186	支路 9-10
IEEE 300	69	411	支路 29-64

3.1　SDP 算法精度和收敛性校验

为了校验 SDP 算法在求解含 UPFC 的 OPF 问题中的正确性和有效性,表 2 给出 PDIPM(求解原始非凸模型)、SDP 算法解得的最优费用。图 3 给出

误差相对最大的 IEEE 118 节点系统在 PDIPM 和 SDP 算法下的电压幅值(标幺值,后同)、相角曲线。由图表可看出,SDP 求得的解与 PDIPM 所得解基本一致,这说明将 SDP 解映射回原空间后,该解能满足系统运行的安全约束,因此本文所提 SDP 算法的松弛是严格且精确的。

表 2 PDIPM 和 SDP 算法最优费用对比

Table 2 Comparison of optimal costs between PDIPM and SDP algorithm

测试系统	最优费用/$	
	PDIPM	SDP
IEEE 30	575.19	575.19
IEEE 57	41 737.20	41 737.20
IEEE 118	129 657.31	129 647.43
IEEE 300	719 717.33	719 704.56

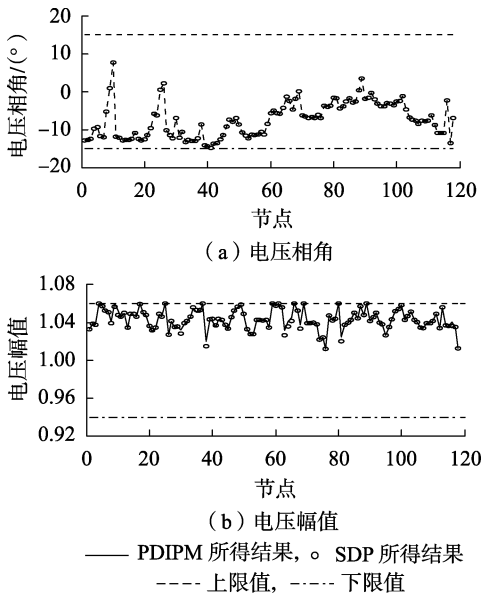


图 3 IEEE 118 节点系统电压对比图

Fig.3 Voltage comparison of IEEE 118-bus system

图 4 给出各算例的收敛情况,从中可以看出,各算例的对偶间隙均快速单调递减至足够小,虽然 SDP 算法大幅增加了问题的规模,但本文所提算法仍能在有限的迭代次数内快速收敛,体现了算法良好的收敛性。综上所述,本文所提 SDP 算法精度高、收敛性好,为算法的实际工程应用提供了可能。

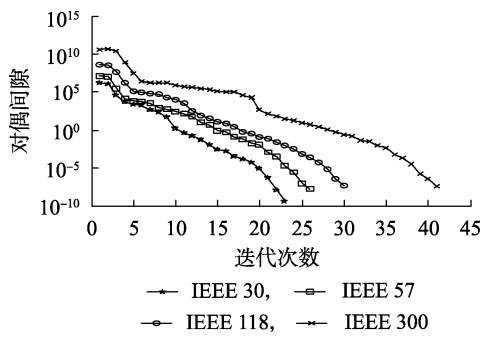


图 4 各算例收敛情况

Fig.4 Convergence of each case

3.2 UPFC 控制效果

UPFC 在实际运行中常用 2 种优化方式:当系统负荷较轻、无重载线路时,采用 UPFC 不设置控制参数优化模式,此时可得到运行经济性最优目标下的 UPFC 最优控制策略;当系统负荷较重,UPFC 常需设置特定的控制参数以消除线路重载时,采用 UPFC 设置控制参数优化模式。

本文先对 IEEE 118 节点系统进行潮流计算,得到 UPFC 串联侧线路的潮流和并联侧节点的电压幅值分别为 5.500 0−j0.510 4 p.u.和 1.043 p.u.。为完整验证 SDP 算法对 UPFC 调控能力的影响,设置以下 3 种控制目标:目标 1,UPFC 不设控制参数,此时可得其在轻载时的最优控制策略;目标 2,串联侧潮流设为 4.125−j0.380 p.u.(当线路负载率超过 75% 时处于重载状态,因此设定 UPFC 控制参数为原始潮流的 75%左右以模拟重载情况下的寻优方式),并联侧电压不设控制值,体现其消除线路重载的能力;目标 3,串联侧潮流设为 4.125−j0.380 p.u.,并联侧电压幅值设为 1 p.u.,体现其消除线路重载,调节节点电压的能力。

表 3 给出无 UPFC 以及 3 种控制目标下优化后总发电费用及 UPFC 所在线路的潮流(表中串联侧潮流与并联侧电压为标幺值,后同)。从表中可以看出,3 种控制目标下 UPFC 都能精确实现其控制目标,说明本文所提 SDP 算法并不会影响 UPFC 的调控能力,进一步验证了算法松弛的严格性。对比几种控制方式的发电费用,从大到小依次为目标 3>无 UPFC>目标 2>目标 1,这表明当 UPFC 的控制目标较易达到时,UPFC 可在一定程度上提高系统运行的经济性;但当系统过载严重或 UPFC 控制条件苛刻时,会略微牺牲系统运行的经济性从而保证系统运行的安全性。这与实际运行情况相符,更进一步验证了本文所提算法的准确性、可靠性。

表 3 不同控制方式下 OPF 结果

Table 3 OPF results under different control modes

控制目标	发电费用/$	串联侧潮流	并联侧电压
无 UPFC	129 660.71	4.019−j0.997	1.060
目标 1	129 647.43	4.017−j0.691	1.060
目标 2	129 658.90	4.125−j0.380	1.060
目标 3	129 671.23	4.127−j0.380	1.000

3.3 某市 78 节点实际系统算例

为验证算法对于实际系统的效果,对某市 78 节点实际系统进行算例分析。该系统总负荷 6 429.1 MW,含输电线路 132 条、变压器 20 台,UPFC 安装在线路 41−39 靠近节点 41 侧,其控制方式为:串联侧线路潮流设为 −2−j0.5 p.u.,并联侧节点电压设为 1 p.u.。由于该系统未提供发电机耗费特性参数,本文截取 IEEE 118 节点系统的部分参数作为替代。

为了验证算法的精确性,以 PDIPM 所得到的结果作为对比。

表 4 给出 2 种算法的计算结果。由于该系统处于重负荷状态,系统内部发电机出力全部达到上限,仅剩 3 台外部系统等值机可参与优化调节,导致该系统的寻优空间较小,而 SDP 又对约束进行了松弛,扩大了可行域;另外该系统工况较复杂,各支路间 X/R 值的差异较大,而 SDP 在一定程度上扩大了问题的规模,导致其数值稳定性较差。上述因素导致 SDP 在求解该系统时无法有效保证对偶间隙为 0,因此只能得到一个下界解。但从 2 种算法的发电费用可以看出,SDP 在求解实际系统时,仍能将误差控制在 5‰以内。从其控制效果可以看出,UPFC 仍能有效发挥其调控能力。综上所述,本文所提 SDP 算法在求解实际系统时仍保有较高的精度,具有一定的实用价值。

表 4　实际系统计算结果

Table 4　Calculative results of actual system

算法	发电费用/$	串联侧潮流	并联侧电压
SDP	1 613 587	−1.981−j0.495	1.002
PDIPM	1 618 386	−2.000−j0.500	1.000

3.4　系统变量优化重组优势校验

由于 SDP 增加了模型的规模,使其计算效率变差,合理利用变量间的关系对变量进行分类,可以在一定程度上提高算法的求解速度。文献[10]对于变量的分类过于分散,基于此,本文对系统变量进行优化重组,从而减少了变量的种类,有效提高了算法的求解效率。为验证本文分类方法的优势,分别利用文献[10]所述方法和本文所述方法对各系统计及 UPFC 的 OPF 问题进行求解,并对两者的计算时间进行对比,其结果如表 5 所示,表中时间缩短量是指本文算法相对文献[10]算法计算时间减少的百分比。

表 5　文献[10]算法和本文算法计算时间对比

Table 5　Calculation time comparison between algorithm in reference[10] and proposed algorithm

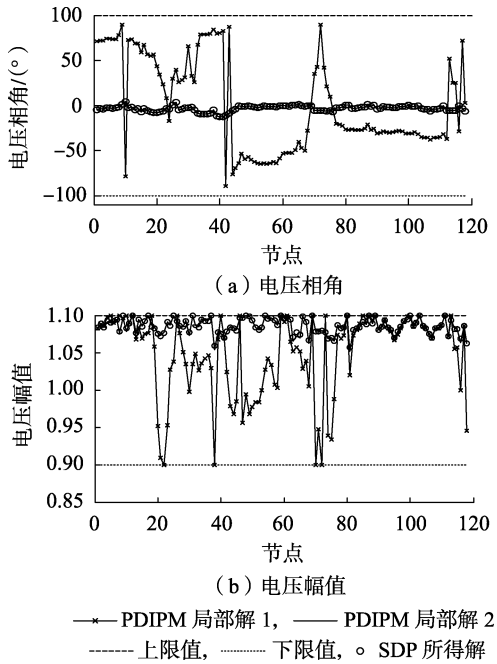
测试系统	计算时间/s		时间缩短量/%
	文献[10]算法	本文算法	
IEEE 30	4.57	0.89	80.53
IEEE 57	8.94	1.28	85.68
IEEE 118	78.43	4.14	94.72
IEEE 300	303.82	24.79	91.84
78 节点系统	不收敛	2.80	—

从表 5 可以看出,文献[10]算法的求解效率较差,即使是 IEEE 118 节点系统,也需要 78.43 s 才能有效收敛,对于 IEEE 300 节点系统,其计算时间甚至达到了 303.82 s。而对于 78 节点实际系统,由于系统的复杂性,文献[10]算法无法有效收敛。而本文算法将计算时间缩短到了 25 s 以内,相较文献[10]算法有效提升了算法的求解速度,且对于 78 节点实际系统,本文算法仍能有效适用。综上,本文所提分类方式有效改善了 SDP 求解 OPF 问题时计算效率低的问题,且一定程度上改善了算法的数值稳定性,使其适用于实际系统,因此具有一定的实用价值。

3.5　SDP 算法的全局寻优能力校验

由于 IEEE 标准测试算例中的数据配置较理想,优化问题只含有鞍点,因此只含 1 个最优解,也即全局最优解,如表 2 和图 3 所示,此时 SDP 算法和 PDIPM 所得结果基本相同,但如果测试系统存在多个局部最优解,两者所得结果可能存在较大差异。

为此,本文在 IEEE 118 节点标准测试系统基础上,通过将发电机有功功率和无功功率约束都放宽 4 倍,将电压约束放宽至 ±10%,并且只考虑目标函数的线性部分[22](即将二次耗费特性曲线参数设为 0),UPFC 不设参数,参与自由寻优,从而构建出非凸的测试系统,该系统含 2 个局部最优解。根据文献[22]中数据对 PDIPM 和 SDP 算法设置不同初值,可解得不同结果。2 种算法所得解的电压情况如图 5 所示,3 种结果的最优费用如表 6 所示,易知其中局部最优解 2 即全局最优解,因此以该解作为误差分析的基准值。从结果可以看出,PDIPM 在求解 OPF 问题时,对初值的依赖性较强,离局部最优解较近的初值会导致算法最终收敛到该解。当算法收敛到局部最优解 2 时,可以满足工程要求,但如果收敛到局部最优解 1,此时的误差超过 50%,无法满足系统优化调度的经济性要求,即不能以此解指导



(a) 电压相角

(b) 电压幅值

图 5　PDIPM 和 SDP 算法所得解示意图

Fig.5　Schematic diagram of solutions obtained by PDIPM and SDP algorithm

表6 PDIPM局部最优解误差分析

Table 6 Error analysis of local optimal solutions for PDIPM

参数	PDIPM		SDP
	局部最优解1	局部最优解2	
最优费用/$	131 787.96	85 987.49	85 987.18
误差/%	53.27	0	0.000 366

系统优化调度。而从SDP算法所得结果可以看出,该算法不受初值的影响,体现了其对于初值选取不敏感的优势,且可以很好地保证所得解的全局最优性,因此在求解非凸的OPF问题上有一定的实用价值。

4 结论

本文将SDP用于求解含UPFC的电力系统OPF问题,基于算例测试结果可得如下结论:

a. SDP算法精度较高,收敛性较好,不影响UPFC控制能力的发挥,适用于实际系统,具有一定的实用价值;

b. SDP算法不依赖于初值,能较好地弥补内点法在求解含UPFC的OPF时无法有效保证全局最优解的缺陷;

c. 后续可进一步研究提高SDP求解器的求解效率,或对模型进行一定的改进,以提高SDP算法的工程实用价值。

参考文献:

[1] 钱锋,王永,胡剑锋,等. 基于PSS/E的统一潮流控制器仿真建模[J]. 广东电力,2017,30(11):61-66.
QIAN Feng,WANG Yong,HU Jianfeng,et al. Simulation modeling for unified power flow controller based on PSS/E [J]. Guangdong Electric Power,2017,30(11):61-66.

[2] 陈峰,江道灼,周洋,等. 基于故障电流控制的新型UPFC-FCL设计[J]. 电力自动化设备,2015,35(12):145-150.
CHEN Feng,JIANG Daozhuo,ZHOU Yang,et al. Design of UPFC-FCL based on fault current control[J]. Electric Power Automation Equipment,2015,35(12):145-150.

[3] 黄方能,黄成军,陈陈,等. UPFC稳定控制器的研究及应用[J]. 电力自动化设备,2009,29(3):101-105.
HUANG Fangneng, HUANG Chengjun, CHEN Chen, et al. Study and application of UPFC stabilizer[J]. Electric Power Automation Equipment,2009,29(3):101-105.

[4] SAMAL S K,PANDA P C. Damping of power system oscillations by using unified power flow controller with POD and PID controllers [C]// International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies. Nagercoil,India:IEEE,2015:662-667.

[5] CARPENTIER J. Contribution à l'étude du dispatching économique [J]. Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens,1962,3(6):431-447.

[6] 臧海祥,何天雨,刘建坤,等. 热启动环境下含统一潮流控制器的线性化最优潮流模型[J]. 电网技术,2016,40(11):3517-3523.
ZANG Haixiang, HE Tianyu, LIU Jiankun, et al. Linear optimal power flow model with unified power flow controller in hot-start environment[J]. Power System Technology, 2016, 40(11): 3517-3523.

[7] 林声宏,刘明波. 含FACTS元件的电力系统非线性最优潮流计算[J]. 电力系统自动化,2000,24(20):27-31.
LIN Shenghong,LIU Mingbo. Nonlinear optimal power flow computation of power system with FACTS devices[J]. Automation of Electric Power Systems,2000,24(20):27-31.

[8] 周玲,王宽,钱科军,等. 计及UPFC的电力系统无功优化[J]. 中国电机工程学报,2008,28(4):37-41.
ZHOU Ling,WANG Kuan,QIAN Kejun,et al. Power system reactive power optimization considering UPFC installation[J]. Proceedings of the CSEE,2008,28(4):37-41.

[9] 钱臻,刘建坤,陈静,等. 计及风电不确定性的含UPFC电力系统的两阶段最优潮流[J]. 电力自动化设备,2017,37(3):86-92.
QIAN Zhen,LIU Jiankun,CHEN Jing,et al. Two-stage OPF considering wind-power uncertainty for power system with UPFC[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(3):86-92.

[10] 白晓清,韦化,Katsuki Fujisawa,等. 求解最优潮流问题的内点半定规划法[J]. 中国电机工程学报,2008,28(19):56-64.
BAI Xiaoqing, WEI Hua, Katsuki Fujisawa, et al. Solution of optimal power flow problems by semi-definite programming[J]. Proceedings of the CSEE,2008,28(19):56-64.

[11] SOJOUDI S, MADANI R, LAVAEI J. Low-rank solution of convex relaxation for optimal power flow problem[C]// IEEE International Conference on Smart Grid Communications. Vancouver,BC,Canada: IEEE,2013:636-641.

[12] BAHRAMI S,THERRIEN F,WONG V W S,et al. Semidefinite relaxation of optimal power flow for AC-DC grids[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2017,32(1):289-304.

[13] LI Q,VITTAL V. Non-iterative enhanced SDP relaxations for optimal scheduling of distributed energy storage in distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2017,32(3):1721-1732.

[14] 王雅婷,何光宇,刘锴诚,等. 求解状态估计问题的内点半定规划法[J]. 电网技术,2012,36(10):209-215.
WANG Yating,HE Guangyu,LIU Kaicheng,et al. An semi-definite programming method for state estimation problem[J]. Power System Technology,2012,36(10):209-215.

[15] TOH K C,TODD M J. SDPT3-a MATLAB software package for semidefinite programming[J]. Optimization Methods & Software, 1999,11(4):545-581.

[16] ACHA E,FUERTE-ESQUIVEL C R,AMBRIZ-PEREZ H,et al. FACTS:modelling and simulation in power networks[M]. New York,USA:John Wiley & Sons Inc,2004:200-216.

[17] 颜伟,朱继忠,孙洪波. UPFC的模型与控制器研究[J]. 电力系统自动化,1999,23(6):36-41.
YAN Wei,ZHU Jizhong,SUN Hongbo. Study on model and controller of UPFC[J]. Automation of Electric Power Systems,1999,23(6):36-41.

[18] 李佩杰,韦化,白晓清. 小干扰稳定约束最优潮流的非线性半定规划方法[J]. 中国电机工程学报,2013,33(7):69-76.
LI Peijie,WEI Hua,BAI Xiaoqing. Small-signal stability constrained optimal power flow based on NLSDP[J]. Proceedings of the CSEE, 2013,33(7):69-76.

[19] 孙东磊,韩学山,张波. 电力系统源网间协同的经济调度模型及矩量半定规划法[J]. 电力自动化设备,2016,36(5):74-80.
SUN Donglei,HAN Xueshan,ZHANG Bo. Power system economic dispatch model with source-network synergy and moment-based semi-definite programming[J]. Electric Power Automation Equipment,2016,36(5):74-80.

[20] LAVAEI J,LOW S H. Zero duality gap in optimal power flow problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(1): 92-107.

[21] 王薪苹,李群,刘建坤,等. 计及 UPFC 的 220 kV 分区电网运行可靠性研究[J]. 电力工程技术,2017,36(1):39-42,46.
WANG Xinping,LI Qun,LIU Jiankun,et al. Operating reliability research of 220 kV divisional power grid considering UPFC[J]. Electric Power Engineering Technology,2017,36(1):39-42,46.
[22] BUKHSH W A,GROTHEY A,MCKINNON K I M,et al. Local solutions of the optimal power flow problem[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2013,28(4):4780-4788.

作者简介:

朱梓荣(1994—),男,浙江温州人,硕士研究生,通信作者,主要研究方向为电力系统优化运行(**E-mail**:hhuzhuzirong@163.com);

朱梓荣

卫志农(1962—),男,江苏南京人,教授,博士,主要研究方向为电力系统运行分析与控制、输配电系统自动化(**E-mail**:wzn_nj@263.net);

赵静波(1982—),男,江苏南京人,高级工程师,硕士,主要研究方向为大电网安全稳定分析与控制、电网规划与仿真分析(**E-mail**:1418412034@qq.com)。

Optimal power flow with UPFC based on semi-definite programming method

ZHU Zirong[1],WEI Zhinong[1],ZHAO Jingbo[2],LI Qun[2],WANG Dajiang[2],SUN Guoqiang[1],ZANG Haixiang[1]
(1. College of Energy and Electrical Engineering,Hohai University,Nanjing 211100,China;
2. State Grid Jiangsu Electric Power Research Institute,Nanjing 211103,China)

Abstract:The traditional OPF(Optimal Power Flow) problem is a non-convex optimization problem,and the introduction of UPFC(Unified Power Flow Controller) further increases the non-convexity degree of the OPF problem,so the traditional interior point method is unable to guarantee the global optimality of the solutions effectively. On this basis,the interior point SDP(Semi-Definite Programming) algorithm,which is insensitive to the initial value and has the ability to find the global optima,is extended to the OPF problem of power system with UPFC. The UPFC variables are added to the system state variables to form the augmented variables for optimal reorganization,and the OPF problem with UPFC is mapped into SDP space based on the quadratic form in rectangular coordinates. IEEE 30-,57-,118-,300-bus systems and a practical system are tested,and the results show that the proposed algorithm effectively guarantee the global optimality of the obtained solutions,and the optimal reorganization of the augmented variables effectively improves the computational efficiency and numerical stability of the algorithm.

Key words:optimal power flow;semi-definite programming;unified power flow controller;interior point method;global optimal solution

(上接第 91 页 continued from page 91)

LIU Fang. Study on some models and methods for dynamic optimal power flow of electrical power system[D]. Chongqing:Chongqing University,2007.

作者简介:

何天雨(1992—),男,安徽天长人,硕士,主要研究方向为电力系统运行与分析、UPFC 并网(**E-mail**:hetianyuhhu@163.com);

何天雨

石睿智(1991—),女,江苏泰州人,工程师,主要研究方向为电力系统状态监测(**E-mail**:shiruizhisg@163.com);

张　泽(1978—),男,江苏宿迁人,高级工程师,主要研究方向为电网智能运检技术(**E-mail**:taizhouzz@163.com)。

Quasi-linearized dynamic optimal power flow with unified power flow controller

HE Tianyu[1],SHI Ruizhi[1],ZHANG Ze[1],GENG Yaming[2],WANG Rui[1],ZANG Haixiang[3]
(1. State Grid Jiangsu Electric Power Co.,Ltd. Taizhou Power Supply Company,Taizhou 225300,China;
2. State Grid Jiangsu Electric Power Co.,Ltd. Maintenance Branch Company Taizhou Operation and Maintenance Station,Taizhou 225300,China;3. College of Energy and Electrical Engineering,Hohai University,Nanjing 211100,China)

Abstract:UPFC(Unified Power Flow Controller) is capable of efficient power flow controls. However,current practical control strategies are limited to the control station level. The dynamic optimal power flow with UPFC can effectively improve the security and economic of the power grid,which,however,suffers from the problems of low efficiency and poor convergence,as a result,its real-time applications in practical power grids cannot be satisfied. On this background,a linear dynamic optimal power flow model is proposed,which is insensitive to the initial value and includes four steps of decoupling,substitution,hot start and iteration. A quasi-linearized UPFC model is also studied,based on which a quasi-linearized dynamic optimal power flow model with UPFC is established. Based on the equivalent principle,a 117-bus equivalent Nanjing West Ring Network is derived from the regional power grid,and the simplified primal-dual interior point method is employed to solve the optimization problem. Test results show that the proposed model exhibits satisfactory computational efficiency and calculation accuracy.

Key words:unified power flow controller;dynamic optimal power flow;quasi-linearized;equivalent system