含非正态分布概率潮流计算的改进型两点估计法

车玉龙[1,2],吕晓琴[2],王晓茹[2],韩 润[3]
(1. 兰州交通大学 自动化与电气工程学院,甘肃 兰州 730070;
2. 西南交通大学 电气工程学院,四川 成都 611756;
3. 国网银川供电公司,宁夏 银川 750004)

摘要:采用两点估计法进行考虑不确定性电力系统的概率潮流计算时容易产生较大的误差。提出一种可用于计算含服从非正态分布负荷的概率潮流问题的改进型两点估计法。该方法通过增加均一概率的估计点进行额外计算,不需要进行正态变换和估计高阶矩,其计算精度高于两点估计法。采用含服从非正态分布负荷的5节点系统和IEEE 14节点系统作为算例,与蒙特卡洛仿真的结果比较验证了提出的改进型两点估计法的准确性。

关键词:概率潮流;蒙特卡洛仿真;点估计法;非正态分布
中图分类号:TM 711 **文献标志码:**A DOI:10.16081/j.epae.201912010

0 引言

随着新能源发电和电动汽车的发展,电力系统中的不确定性因素极大增加。Borkowska在1974年首先提出的概率潮流已成为分析考虑不确定性因素的电力系统随机特性的有效手段[1]。概率潮流已经成功应用于新能源发电[2]、随机规划[3]、风险评估[4]等领域。进一步研究和发展概率潮流计算方法,对推广概率潮流的应用具有重要意义。

点估计法PEM(Point Estimation Method)[5]作为概率潮流方法中最常用的一种近似法,与蒙特卡洛仿真MCS(Monte Carlo Simulation)方法[6]相同,使用确定性潮流来解决概率问题,仅使用概率函数的少数统计矩,因其所需数据量较少,因此计算工作量较小,所需消耗的时间也较少[7]。理论上,增加估计点的数量m,可以提高PEM的准确性和精确性,但这需要计算输入随机变量的更高一阶矩,对于复杂的概率分布函数,获得高阶统计信息较为困难,且利用高阶矩可能使得随机变量的位置和对应权重出现非实数解或者负值[8-9],因此在实际中,一般选取m=2或者m=3[5,10],分别称为两点估计法2PEM(Two Point Estimation Method)和三点估计法3PEM(Three Point Estimation Method)。

传统PEM只适用于对称的随机变量[7,11]。对于非正态的随机变量,通常利用正态变换技术将其变换到等效的标准正态随机变量空间后[12-13]再使用PEM,但是这需要增加新的步骤。很多文献将电力系统中的负荷假定为正态分布,实际上有些负荷服从尖峰负荷分布[14]和非正态分布,如Lognormal、Beta分布[15-16]。

2PEM考虑概率密度函数PDF(Probability Density Function)的偏度,不涉及3阶以上的高阶矩,其优点是简单、计算量小[17],但是其计算精度不如同时考虑偏度以及峰度的3PEM[18]。因此,基于已有的2PEM,本文提出一种改进型两点估计法I2PEM(Improved Two Point Estimation Method),用于求解含服从非正态分布负荷的概率潮流问题,其不需要进行正态变换和估计高阶矩,通过增加均一概率的估计点进行额外计算,提高了计算结果的精度。含服从非正态分布负荷的5节点系统和IEEE 14节点系统的仿真结果验证了所提方法的准确性,并指出了其适用性。

1 PEM

假设$\boldsymbol{Z}=H(\boldsymbol{X})$是$n$维随机变量$\boldsymbol{X}=(X_k)(k=1,2,\cdots,n)$的非线性函数。PEM是对$\boldsymbol{Z}=H(\boldsymbol{X})$进行泰勒级数展开。根据$\boldsymbol{X}$的统计矩,在$m$个估计点上对$\boldsymbol{Z}$进行$m\times n$次估计得到$\boldsymbol{Z}$的各阶矩。设从$X_k$中提取$m$个估计点$x_{k,i}(i=1,2,\cdots,m)$,每一个估计点对应的概率为$w_{k,i}$。其中位置$x_{k,i}$为输入变量$X_k$在要估计的函数$H$中的第$i$个值;权重$w_{k,i}$为加权因子,它考虑该估计在输出随机变量中的相对重要性[18]。$x_{k,i}$可以由均值μ_k以及标准差σ_k表示,如式(1)所示;$w_{k,i}$满足式(2)。

$$x_{k,i}=\mu_k+\xi_{k,i}\sigma_k \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}w_{k,i}=1 \tag{2}$$

其中,$\xi_{k,i}$为标准位置。

标准位置$\xi_{k,i}$和权重$w_{k,i}$可由求解式(3)的方

收稿日期:2019-04-22;**修回日期:**2019-10-16
基金项目:兰州交通大学青年基金资助项目(2016022);甘肃省高等学校创新能力提升项目(2019B-049)
Project supported by the Youth Fund of Lanzhou Jiaotong University(2016022) and the Innovative Ability Enhancement Project of Gansu Provincial Higher Education(2019B-049)

程[5]得到。

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{m} w_{k,i}=1/n \quad k=1,2,\cdots,n \\ \sum_{i=1}^{m} w_{k,i}\xi_{k,i}^{j}=\lambda_{k,j} \quad j=1,2,\cdots,2m-1\end{cases} \tag{3}$$

其中，$\lambda_{k,j}$为第j阶中心矩$M_j(X_k)$和标准差σ_k的j次方之比，如式(4)所示。

$$\begin{cases}\lambda_{k,j}=M_j(X_k)/\sigma_k^j \\ M_j(X_k)=\int_{-\infty}^{+\infty}(X_k-\mu_k)^j f(x)\mathrm{d}x\end{cases} \tag{4}$$

其中，$f(x)$为概率密度函数。

由式(4)可得，$\lambda_{k,1}=0$、$\lambda_{k,2}=1$，$\lambda_{k,3}$和$\lambda_{k,4}$分别为随机变量X_k的偏度和峰度，对于正态概率分布，其值分别为0和3。

根据$\boldsymbol{Z}=H(\boldsymbol{X})$中$\boldsymbol{Z}$和$\boldsymbol{X}$的关系，只要得到标准位置$\xi_{k,i}$和每个估计点位置$x_{k,i}$的权重$w_{k,i}$，就可以求得输出随机变量$\boldsymbol{Z}$的各阶矩的估计值：

$$E(\boldsymbol{Z}^l)\approx\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} w_{k,i}H^l(\mu_1,\mu_2,\cdots,x_{k,i},\cdots,\mu_n) \quad l=1,2,\cdots \tag{5}$$

当$l=1$时，$E(\boldsymbol{Z})$为$\boldsymbol{Z}$的均值，当$l=2$时，$\boldsymbol{Z}$的标准方差如式(6)所示。

$$\sigma_Z=\sqrt{E(\boldsymbol{Z}^2)-E^2(\boldsymbol{Z})} \tag{6}$$

理论上，m的取值越大，$\boldsymbol{Z}$的估计值越精确。但是m值每增长1，就要计算X_k的更高一阶矩，而4阶以上的中心矩计算出的$\lambda_{k,j}$在实际中并无多大物理意义，还会导致计算出的$\xi_{k,i}$和$w_{k,i}$可能为非实数解。

1.1　2PEM

当m=2，即每个输入随机变量只提取2个位置时，这种PEM称为2PEM。此时，采用$2n$个点进行估计，因此也称为$2n$点估计方案。根据式(2)和式(3)，由偏度$\lambda_{k,3}$提供的统计信息可以得到标准位置$\xi_{k,i}$和每个位置$x_{k,i}$的权重$w_{k,i}$的解析解。

$$\xi_{k,i}=\frac{\lambda_{k,3}}{2}+(-1)^{3-i}\sqrt{n+\frac{\lambda_{k,3}^2}{4}} \quad i=1,2 \tag{7}$$

$$w_{k,i}=\frac{1}{n}\frac{(-1)^i\xi_{k,3-i}}{\xi_{k,1}-\xi_{k,2}}=\frac{1}{n}\frac{(-1)^i\xi_{k,3-i}}{2\sqrt{n+(\lambda_{k,3}/2)^2}} \quad i=1,2 \tag{8}$$

进而，考虑到X_k的均值μ_k和标准方差σ_k，由式(1)可计算得到位置$x_{k,1}$和$x_{k,2}$。

2PEM显著的优点是简单、计算量小，但由式(7)可知，标准位置$\xi_{k,1}$和$\xi_{k,2}$依赖于输入随机变量的个数n，当n增大时，位置$x_{k,1}$和$x_{k,2}$以$\sqrt{n}$远离均值μ_k，位置$x_{k,i}$可能会落在其定义域之外。

1.2　I2PEM

根据增加m以提高PEM准确性的思路，在已有的2PEM基础上，增加1对均一概率的估计点和1组均值点进行额外计算。增加1对均一概率的估计点是为了提取非正态分布尾部的位置。增加1组均值点是为了提高输出随机变量在均值处的权重。

根据式(2)，可令新增的1对均一概率的每个估计点的权重为$w'_{k,i}=1/(2n)$。这组的标准位置$\xi'_{k,1}$和$\xi'_{k,2}$是对式(7)中2PEM标准位置$\xi_{k,i}$的变形。结合式(1)，由切比雪夫不等式可知，X_k出现在偏离均值μ_k几倍标准差之外的可能性很小[19]。因此只考虑输入随机变量的均值和标准差这前2阶矩，忽略其3阶矩(偏度$\lambda_{k,3}$)，则额外采用的这组标准位置系数$\xi'_{k,1}$和$\xi'_{k,2}$如式(9)所示，该组标准位置系数能够较好地表征非正态分布的尾部信息。

$$\xi'_{k,1}=-\xi'_{k,2}=\sqrt{2n} \tag{9}$$

此时，额外增加的这组位置为：

$$x'_{k,i}=\mu_k+(-1)^k\sqrt{2n}\,\sigma_k \tag{10}$$

这对新增估计点的权重为均一概率$w'_{k,i}=1/(2n)$，标准位置随$\pm\sqrt{2n}$变化。可见，随着系统规模n的增大，该新增估计点的权重越小，而新增估计点的位置越远离均值，甚至可能会超出定义域。因此增加1组权重值$w_0=1$的均值点X_μ是为了提高输出随机变量在均值处的权重，防止新增估计点过于远离均值点而影响输出随机变量的精度。

考虑到均值点的位置，式(5)可写为：

$$E(\boldsymbol{Z}^l)\approx\frac{1}{3}\left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{2} w_{k,i}H^l(\mu_1,\mu_2,\cdots,x_{k,i},\cdots,\mu_n)+\frac{1}{2n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{2}H^l(\mu_1,\mu_2,\cdots,x'_{k,i},\cdots,\mu_n)+w_0H^l(X_\mu)\right] \tag{11}$$

式(11)表明，输出随机变量的最终期望值即为所有函数值线性叠加后的算术平均值。I2PEM的计算量看似比2PEM增加1倍多，但在计算中不用计算每个估计点$x'_{k,i}$对应的权重$w'_{k,i}$及标准位置系数$\xi'_{k,i}$，且省去了计算$\lambda'_{k,j}$的值，避免了计算更高阶的中心矩以及$\lambda'_{k,j}$可能出现的非实数解。通过式(11)，使用输出随机变量估计得到的原点矩计算所需统计信息。

2　基于PEM的概率潮流计算

使用PEM对电力系统进行概率潮流计算的主要思路是：对于N个随机变量，在其他输入随机变量都取均值的前提下，根据概率分布特性对第i个输入随机变量选取m个点，然后进行确定性概率潮流计算，进而计算节点电压和支路传输功率等待求输出随机变量的各阶原点矩。

电力系统的潮流方程为：

$$\begin{cases}P_i=U_i\sum_{j=1}^{N}U_j(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}) \\ Q_i=U_i\sum_{j=1}^{N}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})\end{cases} \quad i=1,2,\cdots,N \tag{12}$$

其中，P_i、Q_i分别为节点i的注入有功功率和无功功

率；U_i 和 δ_i 分别为节点 i 的电压幅值和相角；$\delta_{ij}=\delta_i-\delta_j$；$G_{ij}$ 和 B_{ij} 分别为节点导纳矩阵中元素的电导和电纳；N 为系统节点数。

因此，节点电压和支路传输功率等待求变量 Z 可以表示为功率（包括有功功率 P 和无功功率 Q）的非线性函数，即可以表示为 $\boldsymbol{Z}=H(P,Q)$。

采用PEM进行概率潮流计算时，每个点 $(\mu_1,\mu_2,\cdots,x_{k,i},\cdots,\mu_N)$ 都要进行一次确定性潮流计算。因此，潮流问题的解为：

$$\boldsymbol{Z}(k,i)=H(\mu_1,\mu_2,\cdots,x_{k,i},\cdots,\mu_N) \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{Z}(k,i)$ 为随机变量 X_k 第 i 个点（位置，浓度）相关的输出随机变量的矢量；H 表示潮流问题中输入和输出随机变量间的非线性关系。

结合第1节所述的2PEM、I2PEM和附录中的3PEM，可得电力系统概率潮流方程的求解方程。

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{Z})&\approx E(\boldsymbol{Z})+w_{k,i}\boldsymbol{Z}(k,i) \\ E(\boldsymbol{Z}^j)&\approx E(\boldsymbol{Z}^j)+w_{k,i}\boldsymbol{Z}^j(k,i) \end{aligned} \tag{14}$$

通过式（14），可使用输出随机变量估计得到的原点矩计算所需统计信息。基于均值、标准方差以及各阶原点矩，本文采用Cornish-Fisher级数展开[20]计算输出变量的概率分布函数。

为了对不同PEM的总体性能进行比较，为每个输出随机变量定义以下误差指标：

$$\bar{\varepsilon}_\mu=\frac{\sum_{i=1}^{N_r}\left|\mu_{\mathrm{MCS}}-\mu_{\mathrm{PEM}}\right|/\left|\mu_{\mathrm{MCS}}\right|}{N_r}\times 100\% \tag{15}$$

$$\bar{\varepsilon}_\sigma=\frac{\sum_{i=1}^{N_r}\left|\sigma_{\mathrm{MCS}}-\sigma_{\mathrm{PEM}}\right|/\left|\sigma_{\mathrm{MCS}}\right|}{N_r}\times 100\% \tag{16}$$

其中，μ_{MCS} 和 σ_{MCS} 分别为MCS计算得的均值和标准方差，将其作为参考值；μ_{PEM} 和 σ_{PEM} 分别为给定PEM计算得到的均值和标准方差；N_r 为随机变量的数目。$\bar{\varepsilon}_\mu$ 和 $\bar{\varepsilon}_\sigma$ 指标越小，说明方法的性能越好。

3 算例

本文将提出的I2PEM分别应用于5节点系统[21]和IEEE 14节点系统进行概率潮流计算。定义标准方差与均值的比率为变异系数。本文中变异系数取为10%。输入随机变量的均值为文献[21-22]给定的确定性有功和无功功率。

假设负荷A和B采用恒功率因数模型，A和B的有功功率分别服从Lognormal和Weibull分布，相应的参数见表1。表中，μ 和 σ 分别为服从Lognormal分布变量对数的平均值和标准差；λ 和 α 分别为服从Weibull分布变量的尺度参数和形状参数。

3.1 算例1

5节点系统的接线图[21]如图1所示。

表1 2种非正态分布的参数

Table 1 Parameters of two non-normal distribution

负荷	分布	参数
A	Lognormal	$\mu=1.4729,\sigma=0.4741$
B	Weibull	$\lambda=9.00,\alpha=2.10$

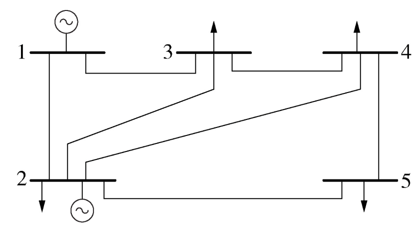


图1 5节点系统接线图

Fig.1 Wiring diagram of 5-bus system

3.1.1 仅考虑单变量的非正态分布

将图1中节点5处的负荷分别替换为负荷A和B，图中其余节点的负荷服从正态分布，相应的变异系数为10%。将提出的I2PEM用于计算修改的5节点系统的概率潮流，并和2PEM、3PEM进行比较。以10 000次MCS结果作为参考。不同PEM的平均误差指标见表2。表中 V、δ、P_{ij}、Q_{ij}、P_{loss} 分别为电压幅值和角度、线路有功和无功功率、网损。由表2可以看出，3种方法的 $\bar{\varepsilon}_\mu$ 相同，但3PEM的 $\bar{\varepsilon}_\sigma$ 比2PEM的稍微小些，这说明3PEM的精度高于2PEM，这与已有文献的结果一致，而I2PEM的 $\bar{\varepsilon}_\sigma$ 比3PEM的小很多，这说明I2PEM的精度要比3PEM的高很多。

表2 修改的5节点系统平均误差

Table 2 Average error of modified 5-bus system

（a）节点5的负荷替换为负荷A

方法	指标	指标值 / %				
		V	δ	P_{ij}	Q_{ij}	P_{loss}
2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0006	0.0339	0.0306	0.0447	0.0248
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.9276	1.3225	1.0570	0.8400	1.1800
3PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0006	0.0339	0.0306	0.0447	0.0248
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.9259	1.3218	1.0567	0.8358	1.1785
I2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0006	0.0339	0.0306	0.0447	0.0248
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.8691	1.3002	1.0504	0.8071	1.1566

（b）节点5的负荷替换为负荷B

方法	指标	指标值 / %				
		V	δ	P_{ij}	Q_{ij}	P_{loss}
2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0009	0.0372	0.0556	0.0779	0.0352
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.0782	1.4007	1.0520	0.8624	1.1802
3PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0009	0.0372	0.0556	0.0778	0.0352
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.0749	1.3995	1.0515	0.8535	1.1773
I2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0009	0.0372	0.0556	0.0778	0.0352
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.0187	1.3810	1.0368	0.7980	1.1488

3.1.2 考虑多变量的非正态分布

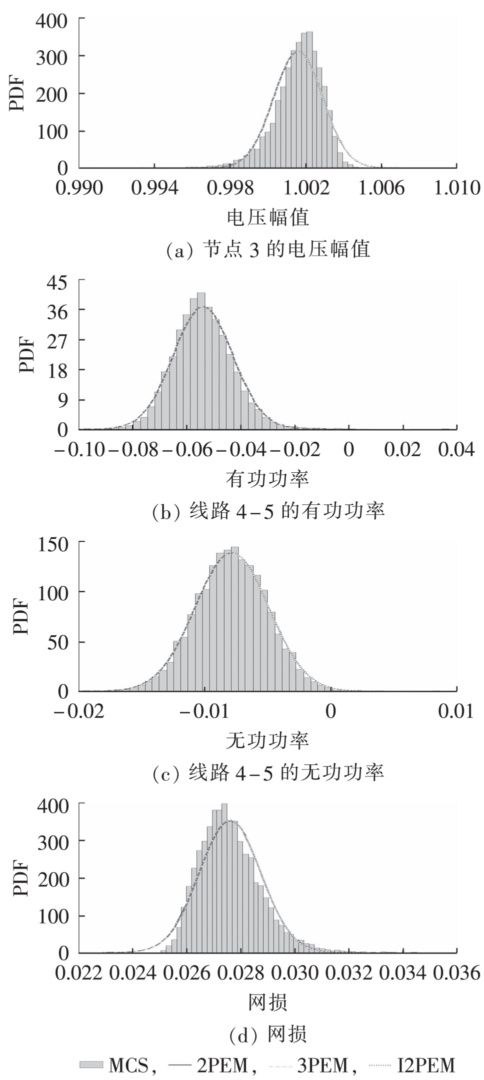
将5节点系统中节点4的负荷替换为负荷B，节点5的负荷替换为负荷A时，不同PEM的平均误差指标如表3所示。同样可得出与表2相同的结论，即3PEM比2PEM稍好，而I2PEM明显优于3PEM。

表3　修改的5节点系统平均误差

Table 3　Average error of modified 5-bus system

方法	指标	指标值 / %				
		V	δ	P_{ij}	Q_{ij}	P_{loss}
2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.000 2	0.017 8	0.019 3	0.011 6	0.012 3
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.190 6	1.253 0	0.903 8	1.307 8	1.251 4
3PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.000 2	0.017 8	0.019 3	0.011 6	0.012 3
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.189 1	1.252 4	0.903 6	1.302 9	1.249 8
I2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.000 2	0.017 7	0.019 3	0.011 6	0.012 3
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	1.077 5	1.217 7	0.878 3	1.193 2	1.198 6

结合Cornish-Fisher级数，可以用3种PEM得到输出随机变量的PDF，由MCS可以得到作为参考的直方图。节点3的电压幅值、线路4–5的有功功率和无功功率以及网损的PDF如图2所示(图中横轴变量均为标幺值)。



(a) 节点 3 的电压幅值

(b) 线路 4–5 的有功功率

(c) 线路 4–5 的无功功率

(d) 网损

图2　修改的5节点系统PDF

Fig.2　PDF of modified 5-bus system

由图2可看出，2PEM、3PEM和I2PEM的PDF重合。由于存在服从非正态分布的负荷，图2(a)所示电压幅值和图2(d)所示网损的PDF存在明显的偏度，PEM得到的电压幅值和有功网损的PDF与MCS的直方图包络不一致，这是因为Cornish-Fisher级数不适合拟合非正态分布的概率密度曲线。

3.2　算例2

IEEE 14节点系统接线图如图3所示。

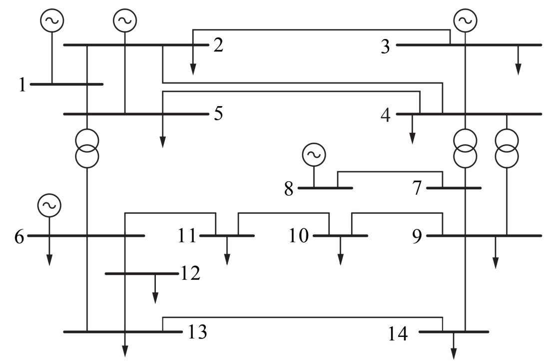


图3　IEEE 14节点系统接线图

Fig.3　Wiring diagram of IEEE-14 bus system

与3.1节相同，对IEEE 14节点系统也分别进行含有服从非正态分布的单个负荷和服从非正态分布的多个负荷的试验。将IEEE 14节点系统节点9的负荷替换为负荷B，其余节点的负荷服从正态分布，相应的变异系数为10%。不同PEM的平均误差指标如表4(a)所示。将IEEE 14节点系统节点13和14的负荷分别替换为负荷B和A，其余节点的负荷服从正态分布，相应的变异系数为10%。不同PEM方案的平均误差指标如表4(b)所示。节点10的电压幅值、线路13–14的有功功率和无功功率以及有功损耗的PDF如图4所示(图中横轴均为标幺值)。

由表4可以看出，IEEE 14节点系统含1个和多个服从非正态分布的负荷时，I2PEM和3PEM的精

表4　修改的IEEE 14节点系统的平均误差

Table 4　Average error of modified IEEE-14 bus system

(a) 节点9的负荷替换为负荷B

方法	指标	指标值 / %				
		V	δ	P_{ij}	Q_{ij}	P_{loss}
2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0005	0.0191	0.0902	0.1113	0.0542
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.5872	0.9334	0.5637	0.5489	0.7002
3PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0005	0.0191	0.0902	0.1113	0.0542
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.5435	0.9146	0.5606	0.4630	0.6588
I2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0005	0.0191	0.0901	0.1112	0.0542
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.4838	0.9169	0.5668	0.5752	0.6824

(b) 节点13和14的负荷分别替换为负荷A和B

方法	指标	指标值 / %				
		V	δ	P_{ij}	Q_{ij}	P_{loss}
2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0004	0.0104	0.1136	0.0616	0.0400
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.3982	0.6599	0.4728	0.7911	0.7290
3PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0004	0.0104	0.1136	0.0617	0.0400
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.3622	0.6392	0.4696	0.6723	0.6815
I2PEM	$\bar{\varepsilon}_\mu$	0.0004	0.0103	0.1134	0.0625	0.0402
	$\bar{\varepsilon}_\sigma$	0.3885	0.6081	0.4688	0.9000	0.7280

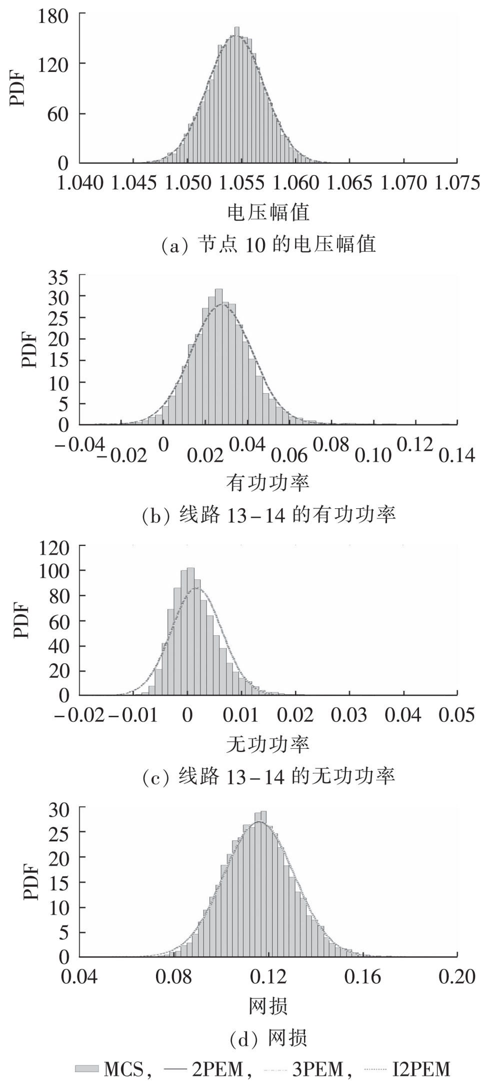


图4 修改的IEEE 14节点系统PDF

Fig.4 PDF of modified IEEE 14-bus system

度依然高于2PEM，表明了I2PEM的正确性。由5个变量的指标对比可见：对于含单变量的非正态分布，I2PEM得到的$\bar{\varepsilon}_\mu$均优于3PEM，I2PEM得到的4个$\bar{\varepsilon}_\sigma$值大于3PEM；对于含多变量的非正态分布，I2PEM得到的2个$\bar{\varepsilon}_\mu$值大于3PEM，I2PEM得到3个$\bar{\varepsilon}_\sigma$值大于3PEM。这说明随着n增大，I2PEM受服从非正态分布负荷接入节点位置、容量、离散程度等的影响。

I2PEM在提取位置(或估计点)时，不仅标准位置系数$\xi_{k,i}$与$\pm\sqrt{n}$有关，而且新增的标准位置系数$\xi'_{k,i}$与$\pm\sqrt{2n}$有关，而n表征了系统规模的大小。因此I2PEM与$2n$类PEM方案相同，不适用于较大规模的系统，这与文献[23-24]所得的结果一致。

4 结论

针对2PEM近似精度不高的问题，本文提出I2PEM，用于计算含服从非正态分布负荷的概率潮流。在已有的2PEM基础上，增加1对均一概率的估计点和1组均值点进行额外计算，不需要进行正态变换和估计高阶矩，而且计算精度高于2PEM。5节点系统和IEEE 14节点系统中分别接入单变量和多变量服从非正态分布的负荷，以MCS的结果作为基准，结果表明I2PEM的计算精度优于2PEM。但在IEEE 14节点系统仿真结果中，I2PEM的部分指标优于3PEM，这是因为随着输入随机变量数量n的增大，$2n$类PEM的精度受服从非正态分布负荷接入节点的位置、容量、离散程度等的影响。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

参考文献：

[1] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems，1974，PAS-93(3)：752-759.

[2] 吴晨曦，文福拴，陈勇，等. 含有风电与光伏发电以及电动汽车的电力系统概率潮流[J]. 电力自动化设备，2013，33(10)：8-15.
WU Chenxi，WEN Fushuan，CHEN Yong，et al. Probabilistic load flow of power system with WFs，PVs and PEVs[J]. Electric Power Automation Equipment，2013，33(10)：8-15.

[3] LI W Y. Framework of probabilistic power system planning [J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems，2015，1(1)：1-8.

[4] PRUSTY B R，JENA D. An over-limit risk assessment of PV integrated power system using probabilistic load flow based on multi-time instant uncertainty modeling[J]. Renewable Energy，2018，116：367-383.

[5] HONG H P. An efficient point estimate method for probabilistic analysis[J]. Reliability Engineering & System Safety，1998，59(3)：261-267.

[6] LIU J S. Monte Carlo strategies in scientific computing[M]. New York，USA：Springer，2004.

[7] CARAMIA P，CARPINELLI G，VARILONE P. Point estimate schemes for probabilistic three-phase load flow[J]. Electric Power Systems Research，2010，80(2)：168-175.

[8] MOHAMMADI M，SHAYEGANI A，ADAMINEJAD H. A new approach of point estimate method for probabilistic load flow [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems，2013，51：54-60.

[9] 张喆，李庚银，魏军强. 考虑分布式电源随机特性的配电网电压质量概率评估[J]. 中国电机工程学报，2013，33(13)：150-156.
ZHANG Zhe，LI Gengyin，WEI Junqiang. Probabilistic evaluation of voltage quality in distribution networks considering the stochastic characteristic of distributed generators[J]. Proceedings of the CSEE，2013，33(13)：150-156.

[10] 雷加智，龚庆武. 基于改进点估计法的输电线路过负荷风险评估[J]. 电力自动化设备，2017，37(4)：67-72，81.
LEI Jiazhi，GONG Qingwu. Transmission line overload risk assessment based on improved point estimation methods[J]. Electric Power Automation Equipment，2017，37(4)：67-72，81.

[11] ROSENBLUETH E. Point estimates for probability moments [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America，1975，72(10)：3812-3814.

[12] 范婷婷，杜松怀，刘科研，等. 计及输入变量相关性的有源配电网可靠性概率评估三点估计法[J]. 电网技术，2017，41(7)：2324-2331.

FAN Tingting，DU Songhuai，LIU Keyan，et al. Probabilistic reliability evaluation of active distribution network based on three-point estimate method considering correlation of input variables［J］. Power System Technology，2017，41（7）：2324-2331.

［13］王涛，王淳，李成豪．基于Copula函数及Rosenblatt变换的含相关性概率潮流计算［J］．电力系统保护与控制，2018，46（21）：18-24.
WANG Tao，WANG Chun，LI Chenghao. Probabilistic load flow calculation based on Copula function and Rosenblatt transformation considering correlation among input variables［J］. Power System Protection and Control，2018，46（21）：18-24.

［14］HOFFER J，PRILL M. On the models of peak load forecast uncertainty in probabilistic production costing algorithms［J］. International Journal of Electrical Power & Energy Systems，1996，18（3）：153-160.

［15］张丽艳，李群湛，解绍锋，等．牵引变电所馈线电流的概率模型［J］．西南交通大学学报，2009，44（6）：848-854.
ZHANG Liyan，LI Qunzhan，XIE Shaofeng，et al. Probability distribution of feeder current of traction substation［J］. Journal of Southwest Jiaotong University，2009，44（6）：848-854.

［16］唐开林，李群湛，张丽艳，等．电气化铁道牵引网馈线电流概率分布［J］．电力系统及其自动化学报，2010，22（6）：12-16.
TANG Kailin，LI Qunzhan，ZHANG Liyan，et al. Probability distribution of feeder current of electrified railway traction［J］. Proceedings of the CSU-EPSA，2010，22（6）：12-16.

［17］SU C L，LU C N. Two-point estimate method for quantifying transfer capability uncertainty［J］. IEEE Transactions on Power Systems，2005，20（2）：573-579.

［18］MORALES J M，PEREZ-RUIZ J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow［J］. IEEE Transactions on Power Systems，2007，22（4）：1594-1601.

［19］JOHN A R. Mathematical statistics and data analysis［M］. 3rd ed. Belmont，Canada：Duxbury Press，2006：133-141.

［20］周建华，袁越．含风电场电力系统的Cornish-Fisher级数概率潮流计算［J］．电力自动化设备，2011，31（12）：68-71.
ZHOU Jianhua，YUAN Yue. Probabilistic load flow calculation based on Cornish-Fisher expansion for power system with wind farm［J］. Electric Power Automation Equipment，2011，31（12）：68-71.

［21］ACHA E，FUERTE-ESQUIVEL C R，AMBRIZ-PÉREZ H，et al. Facts［M］. Chichester，UK：John Wiley & Sons，Ltd.，2004.

［22］ZIMMERMAN R D，MURILLO-SANCHEZ C，DEQING G. Matpower，a MATLAB power system simulation package，3.0.0ed［R］．［S.l.］：Cornell University Power System Engineering Research Center（PSERC），2005.

［23］MOHAMMADI M，BASIRAT H，KARGARIAN A. Nonparametric probabilistic load flow with saddle point approximation［J］. IEEE Transactions on Smart Grid，2018，9（5）：4796-4804.

［24］VAHID-PAKDEL M J，MOHAMMADI-IVATLOO B. Probabilistic assessment of wind turbine impact on distribution networks using linearized power flow formulation［J］. Electric Power Systems Research，2018，162：109-117.

作者简介：

车玉龙

车玉龙（1988—），男，甘肃武山人，讲师，博士研究生，主要研究方向为牵引负荷的不确定性建模及应用（**E-mail**：cylg717@163.com）；

吕晓琴（1980—），女，四川成都人，副教授，博士研究生，研究方向为电气化铁路车网耦合建模及分析（**E-mail**：xiaoqin93@163.com）；

王晓茹（1962—），女，四川成都人，教授，博士研究生导师，博士，主要研究方向为电力系统稳定性分析与控制（**E-mail**：xrwang@home.swjtu.edu.cn）；

韩　润（1990—），男，甘肃白银人，硕士，主要研究方向为电力系统稳定性分析与监测（**E-mail**：romo_han@163.com）。

（编辑　王锦秀）

Improved two point estimation method for probabilistic power flow calculation with non-normal distribution

CHE Yulong[1,2]，LÜ Xiaoqin[2]，WANG Xiaoru[2]，HAN Run[3]

（1. School of Automation and Electrical Engineering，Lanzhou Jiaotong University，Lanzhou 730070，China；
2. School of Electrical Engineering，Southwest Jiaotong University，Chengdu 611756，China；
3. State Grid Yinchuan Power Supply Company，Yinchuan 750004，China）

Abstract：Large error is easily generated when the two point estimation method is applied to calculate the probabilistic power flow of power system considering uncertainties. An I2PEM（Improved Two Point Estimation Method） is proposed，which can be used to calculate the probabilistic power flow problem with loads subjected to non-normal distribution. The method performs additional calculation by adding the estimation points with uniform probability，without the need of normal transformation and estimation of higher-order moments，and its calculation accuracy is higher than that of the two point estimation method. Taking 5-bus system and IEEE 14-bus system with non-normal distributed loads as examples，the accuracy of the proposed method is verified by comparing with the results of Monte Carlo simulation.

Key words：probabilistic power flow；Monte Carlo simulation；point estimation method；non-normal distribution

附录：

当式(2)中的 $m=3$ 且标准位置 $\xi_{k,3}=0$ 时，这种点估计法称为 3PEM。由式(1)可知，$\xi_{k,3}=0$ 时 $x_{k,3}=\mu_k$，则 $3n$ 个位置中有 n 个点是相同的。在该位置只计算 1 次就足以达到计算相同 n 次的效果。它仅比 2PEM 多 1 次计算，因此也称为 $2n+1$ 点估计方案。标准位置 $\xi_{k,i}$ 和权重 $w_{k,i}$ 的解析表达式分别为：

$$\begin{cases} \xi_{k,i}=\dfrac{\lambda_{k,3}}{2}+(-1)^{3-i}\sqrt{\lambda_{k,4}-\dfrac{3\lambda_{k,3}^2}{4}} \quad i=1,2 \\ \xi_{k,3}=0 \end{cases} \tag{A1}$$

$$\begin{cases} w_{k,i}=\dfrac{(-1)^{3-i}}{\xi_{k,i}(\xi_{k,1}-\xi_{k,2})} \quad i=1,2 \\ w_0=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}w_{k,3}=1-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\lambda_{k,4}-\lambda_{k,3}^2} \end{cases} \tag{A2}$$

从式(A1)可知，3PEM 的标准位置不依赖于输入随机变量的数量 n，而只取决于偏度 $\lambda_{k,3}$ 和峰度 $\lambda_{k,4}$。