Electric Power Automation Equipment

## 配电网故障区段定位的互补松弛约束新模型与算法

郭壮志1,陈 涛1,徐其兴1,陈璟华2

(1. 河南工程学院 电气信息工程学院,河南 郑州 451191; 2. 广东工业大学 自动化学院,广东 广州 510006)

摘要:研究快速高容错性馈线故障区段辨识技术对于提升配电网运行安全可靠性具有重要作用。基于故障电流信号并联叠加特性和逼近关系理论,首次提出代数建模机制下馈线故障区段定位的互补松弛约束模型,其优势为:克服了逻辑模型对群体智能算法的依赖,可采用数值稳定性好的梯度算法求解;利用互补松弛约束条件将非线性整数规划模型转化为具有光滑特性的非线性规划模型,降低了决策求解复杂性;无需对配电网进行分层解耦,即可实现单一和多重故障区段的有效辨识。为有效求解互补松弛故障定位模型,基于模型等价转换思想和松弛因子压缩策略,提出具有全局收敛特性的交互式优化决策算法。仿真算例验证新方法可实现配电网馈线单一或多重故障区段的准确高容错性辨识,且数值稳定性好、故障定位效率高。

关键词:配电网;故障区段定位:高容错性;互补松弛约束模型;交互式优化算法

中图分类号:TM 76

文献标志码:A

DOI: 10.16081/j.epae.202004008

## 0 引言

配电网故障定位作为智能配电网建设的重要技术分支,对于提升配电网运行的安全可靠性和自动化水平具有重要作用[1-2]。学术界长期致力于以电气量时变特征为基础的配电网故障定位原理的研究[3],但因配电网结构及运行特征的复杂性,导致故障测距效果不理想。实践表明,首先利用馈线故障区段辨识技术确定故障发生区段,以便缩减故障测距范围,能够显著提高故障测距精度[4]。目前,基于故障电流信息的馈线故障区段辨识技术因原理简单和实现便捷而成为该领域的研究热点。

至今,基于故障电流信息的馈线故障区段辨识技术主要包括矩阵技术[5-6]、人工智能辨识技术[7-8]和最优化技术[9-19]。其中,矩阵技术具有建模方法直观、故障定位效率高等优势,但存在容错性和通用性不强的显著缺陷。人工智能辨识技术主要有数据挖掘理论<sup>[7]</sup>、神经网络<sup>[8]</sup>等,该类方法在进行故障区段辨识时对新故障类型的适应性弱。最优化技术主要依据报警信息与故障状态的最佳逼近,基于故障诊断最小集理论,进行故障辨识模型最优化建模,与矩阵技术和人工智能辨识技术相比,因其在通用性和容错性方法有显著优势,一直是该领域的研究热点。

收稿日期:2019-10-31;修回日期:2020-02-10

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(51707057); 河南省科技攻关项目(202102210091);河南省教育厅项目 (17A470007)

Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China(51707057), the Key Science and Technology Program of Henan Province (202102210091) and the Program of Department of Education of Henan Province(17A470007)

文献[10-14]聚焦于逻辑建模的故障区段定位 群体智能优化技术的研究。该类方法虽然具有故障 辨识过程无需梯度信息、故障模型通用性和容错性 高、对多重故障有强适应性等显著优势,但其面临以 下难题:①基于逻辑建模描述故障区段与设备间的 耦合特性,将导致故障定位模型建模过程复杂,难以 契合大规模复杂配电网的故障区段定位;②模型受 限于逻辑关系运算,需采用群体智能算法决策求解, 算法所具有的随机性导致故障定位效率低、故障辨 识结果不稳定,增加故障误判的可能性。

基于代数建模的故障区段定位最优化技术,因 其可跳出逻辑建模理论,能够采用数值稳定性强的 常规数学规划实现馈线故障区段的准确辨识,已逐 渐成为配电网故障定位最优化技术新的发展方 向[15-19]。文献[15-16]提出配电网故障区段线性整 数规划方法,其具有数值稳定性强和容错性高的优 点,但因采用线性整数规划决策求解,应用于大规模 配电网时故障辨识效率不高,且不适应于多重馈线 区段发生故障的情景。文献[17]构建了基于故障辅 助因子建模和牛顿-拉夫逊法求解的馈线故障区段 定位新方法,具有容错性高、数值稳定性强、故障辨 识效率高的优势,但其不具备多重故障辨识的强适 应性。文献[18]建立了配电网故障区段定位的互补 约束模型,可直接在连续空间实现馈线故障区段的 辨识,为基于代数建模的配电网故障定位方法提供 了新的技术方案,但其存在数值稳定性不高、无多重 故障辨识能力等缺陷。文献[19]在文献[18]的基础 上采用互补理论和分层解耦策略,提出配电网故障 定位层级优化模型及预测校正算法,不仅数值稳定 性高,且对单一故障和多重故障具有强适应性,但其 分层解耦建模过程复杂,难以适应配电网拓扑的动

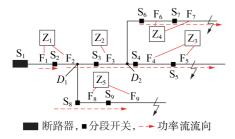
态变化,模型通用性不强。

本文借鉴故障定位优化模型的代数建模优势,避开分层解耦的建模策略,基于故障电流信号并联叠加特性和逼近关系理论,首次提出可直接在连续空间决策求解且具有馈线单一和多重故障强适应性的配电网故障区段定位互补松弛约束新模型;基于模型等价转换思想和松弛因子压缩策略,提出收敛性不依赖于初始点选择的配电网故障定位模型交互式优化求解算法。详细阐述了故障定位新模型的构建方法和优化求解算法,通过算例进一步验证模型和算法的有效性。

## 1 配电网故障区段定位的互补松弛约束模型

## 1.1 基于代数建模配电网故障定位模型多重故障 辨识的弱适应性

以图 1 所示的单电源配电网为例,简要说明文献[15-18]基于代数建模的配电网故障定位模型建模方法,并分析其在多重故障辨识方面缺乏强适应性。图中, $F_1$ 一 $F_5$ 为馈线; $S_1$ 为断路器; $S_2$ — $S_5$ 为各馈线所对应的分段开关; $Z_1$ — $Z_5$ 为独立区域; $D_1$ 、 $D_2$ 为耦合节点。



## 图1 单电源配电网

Fig.1 Single power source distribution network

## 1.1.1 基于代数建模的配电网故障定位模型

尽管文献[15-18]故障定位模型形式不同,但本质都是由代数构建的非线性0/1整数规划模型等价转换得到的,其原理为:①利用0/1表示馈线正常/故障及无/有报警信息上传;②基于功率流流向和拓扑连通性确定具有耦合关系的因果设备与顺序,采用加法运算并利用开关函数表征因果设备状态和故障报警信息间因果关系;③以开关函数报警期望值与实际报警值间偏差平方和最小为目标来契合故障诊断最小集理论。本文依据文献[15-18]的建模理论,以图1所示配电网的F<sub>5</sub>、F<sub>7</sub>、F<sub>9</sub>同时发生故障为例,建立代数构建的配电网故障区段定位的非线性0/1整数规划模型。

## (1)开关函数的代数解析模型。

依据图1所示馈线功率流流向和拓扑连通性可知,当配电网主站接收到断路器S<sub>1</sub>监控点报警信息时,可能是F<sub>1</sub>—F<sub>2</sub>发生短路故障引起,其为S<sub>1</sub>的因果

设备。同理,可确定出  $S_2$ — $S_9$ 的因果设备。表 1 为 图 1 中各 自动化开关因果设备与排序。其中, $A\mapsto B$  表示馈线 B 紧邻馈线 A 且功率流由 A 流向 B。

#### 表1 因果设备关联信息

Table 1 Association information of causal device

开关	因果设备与顺序
$S_1$	$F_1 {\mapsto} F_2 {\mapsto} F_3 {\mapsto} F_4 {\mapsto} F_5 {\mapsto} F_6 {\mapsto} F_7 {\mapsto} F_8 {\mapsto} F_9$
$S_2$	$F_2 \mapsto F_3 \mapsto F_4 \mapsto F_5 \mapsto F_6 \mapsto F_7 \mapsto F_8 \mapsto F_9$
$S_3$	$F_3 \mapsto F_4 \mapsto F_5 \mapsto F_6 \mapsto F_7$
$S_4$	$F_4 \mapsto F_5$
$S_5$	$F_5$
$S_6$	$F_6 \mapsto F_7$
$S_7$	$\mathrm{F}_{7}$
$S_8$	$F_8 \mapsto F_9$
$S_9$	$F_9$

若  $X = [x(1) x(2) \cdots x(9)]$ 为馈线故障状态集向量,x(1)—x(9)分别为  $F_i$ — $F_9$ 的状态信息。设 $n_i$ 为第i个开关的因果设备总数,基于表1中各因果设备关联信息,依据文献[15-18]因果设备与故障报警信息间因果关系的代数建模方法,开关函数  $I_i(X)$  的代数解析模型为:

$$I_i(X) = \sum_{j=i}^{i+n_i-1} x(j) \quad i=1,2,\dots,9$$
 (1)

其中,i为馈线编号。

(2)基于代数建模的故障定位非线性0/1整数 规划模型。

假定  $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 同时发生故障且没有故障报警信息发生畸变,依据报警值的 0/1 编码方式,则电流越限报警集向量  $I^*$  应为  $I^*$  =  $[I_1 \ I_2 \ \cdots \ I_9]$  =  $[1 \ 1 \ \cdots \ 1]$ ,其中  $I_i$ 为  $S_i$ 的报警值。依据文献 [15-18],基于故障诊断最小集理论,以假定馈线故障状态确定的开关函数报警值与实际报警值间偏差平方和最小为目标,以馈线状态的 0/1 取值为约束条件, $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 同时发生故障时建立的配电网故障定位非线性 0/1 整数规划模型为:

$$\begin{cases} \min f(X) = \sum_{i=1}^{9} (I_i(X) - I_i)^2 = \sum_{i=1}^{9} (I_i(X) - 1)^2 \\ X = [x(1) \ x(2) \ \cdots \ x(9)] \\ x(i) = \begin{cases} 0 & \text{馈线正常} \\ 1 & \text{馈线故障} \end{cases} i = 1, 2, \dots, 9 \end{cases}$$
(2)

## 1.1.2 模型的弱适应性分析

依据  $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 。同时发生故障的假设,若代数构建的配电网故障定位非线性 0/1 整数规划模型式 (2) 在馈线发生多重故障时具有强适应性,则通过优化计算最终确定满足约束条件的馈线故障状态集向量为  $X=[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]$ ,此时通过将其代入式 (2) 的目标函数中计算得到目标函数值为 9。而实



际上通过多次计算得到的满足约束条件的目标函数 值为4,表2为配电网故障定位非线性整数规划模型 的优化计算结果。

## 表 2 配电网故障定位非线性整数规划模型 优化计算结果

Table 2 Optimal results of nonlinear integer programming fault location model for distribution network

X	f(X)	X	f(X)
[0 0 0 0 0 0 1 0 1 1]		[0 0 0 0 0 0 1 0 1 0]	
$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1]$	4	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$	4
$[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ ]$	4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4
$[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]$	4		

由表 2 可知,即便在无报警信息畸变情况下,配电网馈线出现多重故障时,式(2)所示的优化结果 f(X)仍然存在最优值对应多馈线故障状态集的情况,且存在故障漏判和错判。因此,代数建模的配电网故障区段定位非线性0/1 整数规划模型构建方案存在不合理性,缺乏馈线多重故障时的强适应性,不具备多重故障的准确辨识能力。

#### 1.2 模型多重故障辨识的弱适应性原因分析

依据故障诊断最小集理论和最佳逼近原理可知,在无报警信息畸变情况下,定位出故障区段 $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ ,即X = [000010101]时,最理想状态期望依据馈线状态确定的开关函数 $I_i(X)$ 和实际报警值 $I_i$ 之间的偏差为 $I_i$ 

依据最优化理论可知,式(2)中目标函数 f(X) = 0 的充要条件为  $I_i(X) - I_i = 0$ 。但是实际上将  $X = [0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]$ 代入时,出现  $I_i(X) - I_i \neq 0$  的情况,即:

$$I_1(X) - I_1 = (x(5) + x(7) + x(9)) - I_1 = 2$$
 (3)

$$I_2(X) - I_2 = (x(5) + x(7) + x(9)) - I_2 = 1$$
 (4)

$$I_3(X) - I_3 = (x(5) + x(7)) - I_3 = 1$$
 (5)

分析式(3)—(5)可知,仅处于耦合节点 $D_1$ 、 $D_2$ 上游的 $I_i(X)$ — $I_i\neq 0$ ,原因在于:虽然 $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 间不存在直接因果关系,但 $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 是设备 $S_1$ 、 $S_2$ 的因果设备, $F_5$ 、 $F_7$ 都是设备 $S_3$ 的因果设备;在进行开关函数 $I_i(X)$ 建模时利用加法运算描述了因果设备故障电流状态并联叠加特性对开关函数 $I_i(X)$ 确定的报警值的影响,但实际报警值 $I_i$ 仍然采用0/1编码,没有动态追踪耦合节点处故障电流状态的并联叠加特性影响。因此,建模时并未真正做到开关函数 $I_i(X)$ 与实际报警值 $I_i$ 间最佳逼近,从而导致馈线多重故障时漏判或错判,使得模型缺乏馈线多重故障时的强适应性。

#### 1.3 电流越限报警集的数学解析模型

#### 1.3.1 构建因果区域集

为构建因果区域集,首先,定义独立区域集:以

耦合节点为标志,则耦合节点与相邻电源间支路构成独立区域;耦合节点和相邻耦合节点间支路构成独立区域;耦合节点与支路末端节点间支路构成独立区域。依据上述定义,图 1 所示馈线可划分为 5 个独立区域  $Z_1$ — $Z_5$ ,馈线所属独立区域集为  $\{F_1,F_2\}$   $\in$   $Z_1$ ,  $\{F_2\}$   $\in$   $Z_2$ ,  $\{F_4,F_5\}$   $\in$   $Z_3$ ,  $\{F_6,F_7\}$   $\in$   $Z_4$ ,  $\{F_8,F_9\}$   $\in$   $Z_5$ 

借鉴因果设备建模理念,依据图 1,当配电网独立区域集  $Z_1$ 出现报警信息时,可能是独立区域集  $Z_2$ 一 $Z_5$ 存在报警信息,其为独立区域集  $Z_1$ 的因果区域集。同理,可确定出  $Z_2$ 一 $Z_5$ 的因果区域集。表 3 为图 1 中各独立区域集的因果区域集。其中, C>D表示独立区域集 D 紧邻独立区域集 C 且功率流由 C流向  $D_1$ (C)  $\|$ (D)表示 C 与 D 为同一因果区域集中并列的子因果区域集。

表3 因果区域集

Table 3 Causal region set

独立区域集	因果区域集
$\overline{Z_1}$	$(Z_1 > Z_2 > Z_3) \parallel (Z_1 > Z_2 > Z_4) \parallel (Z_1 > Z_5)$
${f Z}_2$	$(\mathbf{Z}_2 \!\!> \!\mathbf{Z}_3) \parallel (\mathbf{Z}_2 \!\!> \!\mathbf{Z}_4)$
$\mathbb{Z}_3$	${f Z}_3$
${f Z}_4$	$\mathrm{Z}_4$
$Z_5$	$Z_5$

## 1.3.2 电流越限报警集的数学解析模型

基于 1.3.1 节馈线独立区域集和因果设备集间耦合关系,构建独立区域电流报警集向量  $I_s^*$  =  $[I_{Z1}\ I_{Z2}\ I_{Z3}\ I_{Z4}\ I_{Z5}]$ 的数学解析模型,其中, $I_{Z1}$ — $I_{Z5}$ 为独立区域 $Z_1$ — $Z_5$ 报警值。由表 3 中因果区域集表示及独立区域集间的功率流作用关系,依据并列因果区域集故障报警信息的并联叠加特性,可得到各独立区域集电流报警值间的关系为:

$$\begin{cases} I_{Z1} = I_{Z1} \geqslant I_{Z2} + I_{Z5} \geqslant I_{Z3} + I_{Z4} + I_{Z5} \\ I_{Z2} = I_{Z2} \geqslant I_{Z3} + I_{Z4} \\ I_{Z3} = I_{Z3} \\ I_{Z4} = I_{Z4} \\ I_{Z5} = I_{Z5} \end{cases}$$

$$(6)$$

通过分析式(6)可得出结论:每个独立区域集报警值不小于其因果区域集内各并列子因果区域集中最末端独立区域集报警值之和。根据自动化开关、馈线和独立区域集间的直接隶属关系,当馈线发生故障时,其对应监控点上传的报警值应和所属独立区域集的报警值相等。依据图1并利用式(3)—(5)与式(6)的比较可知,开关函数获得最佳逼近报警值时,对目标函数起作用馈线状态数最多等于区域集内各并列子因果区域集中最末端独立区域集的数量和。基于上述理论可得到反应故障电流并联叠加特性的递推公式,并考虑新报警集和 $I_i$ 间的适应性,新电流越限报警集向量 $I_z^* = [I_1^* I_2^* \cdots I_9^*]$ 的数学解析模型为:

(7)

$$\begin{cases} I_{1}^{*} = \max \left[ I_{1}, I_{Z1}I_{1}, (I_{Z2} + I_{Z5})I_{1}, (I_{Z3} + I_{Z4} + I_{Z5})I_{1} \right] \\ I_{2}^{*} = \max \left[ I_{2}, I_{Z1}I_{2}, (I_{Z2} + I_{Z5})I_{2}, (I_{Z3} + I_{Z4} + I_{Z5})I_{2} \right] \\ I_{3}^{*} = \max \left[ I_{3}, I_{Z2}I_{3}, (I_{Z3} + I_{Z4})I_{3} \right] \\ I_{4}^{*} = \max \left[ I_{4}, I_{Z3}I_{4} \right] \\ I_{5}^{*} = \max \left[ I_{5}, I_{Z3}I_{5} \right] \\ I_{6}^{*} = \max \left[ I_{6}, I_{Z4}I_{6} \right] \\ I_{7}^{*} = \max \left[ I_{7}, I_{Z4}I_{7} \right] \\ I_{8}^{*} = \max \left[ I_{8}, I_{Z5}I_{8} \right] \\ I_{9}^{*} = \max \left[ I_{9}, I_{Z5}I_{9} \right] \end{cases}$$

其中 $,I_1^*$ — $I_0^*$ 为修正后 $S_1$ — $S_0$ 的报警值。

依据 1.2 节分析, 在无报警信息畸变时, 为使  $I_i(X) - I_i = 0$ , 馈线所属独立区域集电流报警值应等于开关函数值, 因此, 独立区域集电流报警值和馈线状态的编码相同, 采用 0/1 编码, 即有报警时其值为 1, 正常时其值为 0。

## 1.4 开关函数与电流越限报警集的逼近关系模型

采用与1.1.1节相同的开关函数建模方法,基于故障辨识时最期望状态为依据馈线状态确定开关函数报警值 $I_i(X)$ 和新电流越限报警集 $I_z^*$ 之间的偏差为0的理念,以因果设备故障状态信息确定的开关函数值和新电流越限报警信息 $I_{z_1}^*$ 一 $I_{z_2}^*$ 间差值的二次方描述其逼近关系 $B_i(X)$ ,其数学模型为:

$$B_i(X) = (I_i(X) - I_i^*)^2 \quad i = 1, 2, \dots, 9$$
 (8)

## 1.5 配电网故障区段定位的互补松弛约束模型

依据故障诊断最小集理论,当找到最佳配电网故障区段时,应使所有新电流越限报警信息  $I_z^*$ 与开关函数确定的报警值间总偏差最小,基于残差和最小化来衡量开关函数值和新电流越限报警信息间总体逼近程度,将式(8)拓展到开关总数为 N 的配电网,并考虑馈线状态的 0/1 整数取值约束,得到新代数建模机制下的配电网故障区段定位非线性整数规划模型为:

$$\begin{cases} \min F(X') = \sum_{i=1}^{N} B_i(X') \\ X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)] \\ x'(i) = \begin{cases} 0 & 馈线正常 \\ 1 & 馈线故障 \end{cases} & i = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$
(9)

其中, $X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)]$ 为开关总数为N的配电网馈线故障状态集向量,x'(1)—x'(N)分别为 $F_1$ — $F_N$ 的状态信息。

式(9)为具有0/1离散变量的非线性整数规划模型,难以直接优化求解,若基于等价变换,将其转化为连续域内非线性规划模型,将极大程度降低其决策求解的复杂性。依据馈线故障状态的互斥性可

知,其值不能同时为0或者1,因此,可以将式(9)中的0/1整数约束条件,利用互补理论将其等价转化为连续空间中的互补非线性约束,其数学模型为:

$$\begin{cases} X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)] \\ X' \perp (E - X') = 0 \\ E - X' = [1 - x'(1) \ 1 - x'(2) \ \cdots \ 1 - x'(N)] \end{cases}$$
(10)

其中,E为N维单位列向量。

根据式(9)和式(10),可得与式(9)等价的连续域内配电网故障定位互补约束规划模型:

$$\begin{cases} \min F(X') = \sum_{i=1}^{N} B_i(X') \\ X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)] \\ X' \perp (E - X') = 0 \\ E - X' = [1 - x'(1) \ 1 - x'(2) \ \cdots \ 1 - x'(N)] \\ 0 \le x'(i) \le 1 \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$
(11)

式(11)为连续空间的优化模型,但因为含有互补约束,其可行点固有的结构不光滑特征,导致利用常规的非线性规划无法得到满足非线性规划约束规范的最优解<sup>[20]</sup>。如何将式(10)变换为满足非线性规划约束规范的模型成为其解决问题的关键。

为使非线性互补约束问题具有好的光滑特征, 文献[21]提出了互补约束的正则松弛化方法。式 (11)为互补二次凸规划模型,文献[21]已证明利用 其松弛方法对互补二次凸规划模型进行松弛,则松 弛问题具有强稳定点,即具有满足约束规范的稳定 最优点,本文采用该方法对互补约束条件式(10)进 行松弛,引入松弛因子t后,其互补松弛约束模型为:

$$\begin{cases} X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)] \\ X'(E - X') \le T^2 \\ (X' + T)(E - X' + T) \ge T^2 \\ E - X' = [1 - x'(1) \ 1 - x'(2) \ \cdots \ 1 - x'(N)] \\ 0 \le x'(i) \le 1 \\ t \ge 0 \end{cases}$$
(12)

其中,T为N维列向量,列向量中的元素均为t。

通过对式(12)分析易得出结论,当 t=0 时,式 (12)和式(10)完全等价。将式(12)代入式(11),可 得满足常规非线性规划约束规格且隐含互补约束的 配电网故障区段定位互补松弛约束模型:

$$\begin{cases}
\min F'(X') = \sum_{i=1}^{N} B_i(X') \\
X' = [x'(1) \ x'(2) \ \cdots \ x'(N)] \\
X'(E - X') \leq T^2 \\
(X' + T)(E - X' + T) \geq T^2 \\
E - X' = [1 - x'(1) \ 1 - x'(2) \ \cdots \ 1 - x'(N)] \\
0 \leq x'(i) \leq 1 \\
t \geq 0
\end{cases} (13)$$

## 133

## 2 配电网故障区段定位模型的交互式优化 算法

#### 2.1 互补松弛约束模型求解思路

只有当t=0时,式(13)和式(11)才完全等价,要对互补松弛模型式(13)有效求解,需保证算法满足收敛准则时,t=0。若将松弛因子t看作自变量,虽然其原理直接,但如何构建辅助函数保证算法收敛时t=0并不容易。因此,本文将松弛因子t看作常量,然后在优化求解过程中,采用一种比例缩减方法逐步减小t的值,通过交互式求解直至t=0保证算法满足收敛原则,从而实现连续域内式(11)的等价决策求解。

## 2.2 互补松弛约束模型交互式优化算法

为提出优化算法,需先分析互补松弛约束随t值变化的特性。在式(18)中,满足 $0 \le x'(i) \le 1$ 和 $t \ge 0$ 时,约束条件 $(X'+T)(E-X'+T) \ge T^2$ 始终可被满足,为松约束,而约束条件 $X'(E-X') \le T^2$ 的约束特性和t值大小紧密相关。

由  $0 \le x'(i) \le 1$  可知, $X' \ge 0$  和  $E - X' \ge 0$  成立,利用不等式定理可知: $X'(E - X') \ge 2\sqrt{X'(E - X')}$ ,且当 X' 与 (E - X') 相等时等式成立,此时 x'(i) = 0.5、x'(i)(1 - x'(i)) = 0.25。故当  $t \ge 0.5$  时, $X'(E - X') \le T^2$  始终被满足,为松约束;当 t < 0.5 时, $X'(E - X') \le T^2$  为紧约束,可行域不再是  $0 \le x'(i) \le 1$  的连续域,将会被压缩,t 的值越小则其可行域越小;当 t = 0 时,可行域被压缩到最小,只有 x'(i) 的值为 0 或 1 时,约束  $X(E - X) \le T^2$  才成立。

当满足 $0 \le x'(i) \le 1$  以及t < 0.5的条件时,根据 $(X'+T)(E-X'+T) \ge T^2$ 可得:

$$x'(i) \ge 0.5(1 + \sqrt{1 - 4t^2}) \stackrel{\text{def}}{=} x(i) \le 0.5(1 + \sqrt{1 - 4t^2})$$
(14)

可行域被压缩为:

$$0.5(1 + \sqrt{1 - 4t^2}) \le x'(i) \le 1 \text{ }$$

$$0 \le x'(i) \le 0.5(1 - \sqrt{1 - 4t^2})$$

$$(15)$$

依据式(15)可以看出,当t < 0.5时,可行域是以连续域  $0 \le x'(i) \le 1$ 的中点 0.5为临界点,以  $0.5\sqrt{1-4t^2}$ 为压缩量同时进行左右等量压缩的。

目标函数为凸二次函数,当 $t \ge 0.5$ 时,式(13)转化为 $0 \le x'(i) \le 1$ 连续域内的优化问题,此时令其最优解为 $X_0^*$ 。以空间压缩后 $X_0^*$ 是否为可行解这2种情况进行讨论。

- (1)当空间压缩后  $X_0^* = [x_0'(1) \ x_0'(2) \ \cdots \ x_0'(N)]$  仍为可行解时,其为连续域内的全局最优解,此时最优解保持不变。
- (2)当空间压缩后 $X_0^*$ 为非可行解时,以 $X_0^*$ 为初始点在可行域式(15)中进行寻优, $X_0^*$ 与可行空间的

距离分别为:

$$\begin{cases} d_{1} = \left| x'_{0}(i) - 0.5(1 + \sqrt{1 - 4t^{2}}) \right| = \\ \left| (x'_{0}(i) - 0.5) - 0.5\sqrt{1 - 4t^{2}} \right| \\ d_{2} = \left| x'_{0}(i) - 0.5(1 - \sqrt{1 - 4t^{2}}) \right| = \\ \left| (x'_{0}(i) - 0.5) + 0.5\sqrt{1 - 4t^{2}} \right| \end{cases}$$
(16)

其中, $i=1,2,\dots,N_{\circ}$ 

式(16)中若 $x'_0(i)$  - 0.5 > 0,则 $d_1 < d_2$ ;若 $x'_0(i)$  - 0.5 < 0,则 $d_1 > d_2$ ,且上述关系和松弛因子t的值无关。

当 $d_1 < d_2$ 时,依据二次凸函数的对称结构,只有沿 $d_1$ 的方向寻优才会使满足约束条件的目标函数值下降;同理,当 $d_1 > d_2$ 时,只有沿 $d_2$ 的方向寻优才会使目标函数值下降。

已知当前最优解 $X_0^*$ 沿上述下降方向寻优,找到新的最优解 $X_1^*$ ,然后缩小t的值,以 $X_1^*$ 为初始点在可行域式(16)中的唯一下降方向重复进行寻优,直到t=0时,即可找到满足约束条件的最优解。

## 2.3 互补松弛约束模型交互式优化算法的求解 步骤

基于上述理论分析,当配电网发生故障时,互补松弛约束模型的求解步骤为:①依据1.3.2节建立电流越限报警集;②初始化松弛因子t、缩减因子 $\eta$ ,随机产生 $0 \le x'(i) \le 1$ 的初始解集X',设置算法允许误差 $\xi$ ;③利用非线性规划对式(13)进行决策求解,得到当前松弛因子时的互补松弛优化模型最优解 $X^*$ ;④若 $t > \xi$ ,则 $t = \xi t$ , $X' = X^*$ 转入步骤③,若 $t \le \xi$ ,算法收敛,从而辨识出馈线故障区段。

## 3 算例仿真

## 3.1 互补松弛约束故障区段定位模型的仿真分析

以图 1 所示的 9 节点辐射状配电网为例,分析所建互补松弛约束故障区段定位新模型在配电网单一和多重故障辨识时的适应性。在进行仿真时,松弛因子初始值为 1,缩减因子  $\eta = 10^{-4}$ ,初始解集向量 X 随机产生,设置算法允许误差  $\xi \leq 10^{-8}$ 。

## 3.1.1 无信息畸变时故障辨识的适应性

在无信息畸变情况下,以独立区域单一故障假设为前提,分别采用本文故障区段定位模型和文献[15-18]故障区段定位模型(式(2))对F<sub>1</sub>—F<sub>5</sub>的单一故障、双重故障和三重故障情形进行仿真。附录中表A1为无信息畸变时的故障区段定位仿真结果。

由表 A1 可以看出,在无信息畸变情况下,文献 [15-18]故障区段定位模型可以准确地实现单一馈 线故障区段的准确定位,而对于多重故障缺乏强适 应性,出现了漏判现象。在无信息畸变情况下,配电 网故障区段定位的互补松弛约束模型可以准确辨识出发生故障的区段,不仅能够实现单一故障的正确辨识,而且实现了双重故障和三重故障时的准确定位,表明本文所构建模型在多重故障辨识时的有效性,克服了文献[15-18]故障区段定位模型的不足,根本原因在于:故障报警集不再受限于文献[10-19]的0/1编码方式,考虑了故障电流的并联叠加特性,新故障报警集 $I_z$ 可动态追踪代数建模机制下开关函数中状态电流信息的叠加特性,从而对多重故障具有强适应性。

## 3.1.2 有信息畸变时故障辨识的适应性

表A1中文献[15-18]仿真结果表明其建模方案对于馈线单一故障具有高容错性,而对于多重故障即便没有信息畸变也缺乏强适应性,因此,无需对其信息畸变情况进行重复仿真验证。本部分只针对本文所构建的配电网故障区段定位互补约束模型验证其在容错性方面的有效性,分别对单一故障、双重故障和三重故障存在报警信息畸变的情况进行仿真。附录中表A2为信息畸变下的故障区段定位仿真结果。

由表 A2 可以看出,当发生报警信息畸变时,单一故障模式下,发生1位或2位信息畸变时,可以准确地辨识出馈线故障位置,具有较好容错性能;多重故障模式下,具有1位信息畸变时,能够准确地辨识出馈线故障位置,也进一步验证了本文所建立的以新的故障报警集 I\*\* 为基础的配电网故障区段定位互补松弛约束模型对多重故障辨识的适应性。

从表 A2 还可看出,当具有 2 位报警信息畸变时,出现了漏判现象,此时 2 种漏判模式下畸变位所占百分比分别约为 30%和 50%,即便在此情况下,仍然能够准确定位出 2 个馈线故障区段,表明本文提出的故障区段定位模型在信息畸变情况时仍然具有多重故障能力和好的容错性能。

## 3.2 故障区段定位模型的交互式优化算法的有效 性分析

以图 1 中  $F_5$ 、 $F_7$ 、 $F_9$ 同时发生故障且设备  $S_4$ 出现信息畸变时的情况为例,采用本文提出的交互式优化算法进行决策求解,采用 3.1 节的参数设置值,依据均匀随机数产生初始点,基于 8 GB RAM 和 Intel®Core<sup>TM</sup>i5-6200U@2.30 GHz 2.4 GHz 处理器,基于 MATLAB R2014b环境仿真运行 100次。附录中表 A3 为某 5 次配电网故障区段定位优化结果。

依据表 A3 可以看出,在初始解集不同的情况下,经过2次迭代计算,不超过0.25 s的时间即可满足算法的收敛准则,准确无误地辨识出 F<sub>5</sub>、F<sub>7</sub>、F<sub>9</sub>这3个发生故障的馈线区段,表明了交互式优化算法在求解配电网故障区段定位问题时具有较高的数值稳定性和良好的收敛性能。

进一步分析表 A3 可发现如下特点:不管初始点 集的空间分布特性如何,当第一次优化求解结束时, 结果都收敛于相同的目标函数值和几乎完全相同的最优解,这是因为在此阶段松弛因子 t=1 的存在,使得其对应的互补松弛优化模型为满足非线性规划约束规范(KKT(Karush-Kuhn-Tucker)值为0)的二次规划问题,存在满足 KKT条件的唯一最优解并为后续迭代提供一个稳定和良好的初始点,使得在松弛因子 t=0时虽然其优化模型被完全压缩为互补约束优化模型,最优点不满足非线性规划约束规范(KKT值不为0),但仍能稳定地收敛到模型的最优点。

为进一步验证交互式优化算法的有效性,分别直接求解互补约束优化模型式(11)和采用基于松弛互补约束优化模型的交互式优化算法求解式(13)。图2为100个初始随机样本点的优化结果。

依据图 2 可看出,在相同的初始点下,直接对互补优化模型求解,因最优点不满足非线性约束规格,求解过程随机性强,不能稳定收敛;在 100 个随机样本下,本文所提出的交互式优化算法可以稳定可靠地找到故障区段定位模型的全局最优解,具有高可靠性和良好的收敛性能。

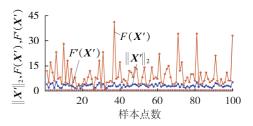


图 2 交互式优化算法的稳定性分析 Fig.2 Stability analysis of interactive optimization algorithm

文献[15-18]的研究表明基于代数建模的配电 网故障定位方法在算法的稳定性和决策求解效率上 显著优于基于逻辑建模的群体智能故障定位方法。 本文继承了文献[15-18]的特点,且具有多重故障能 力,其在故障定位效率、可靠性和定位能力等方面将 更具有优越性。

将本文方法应用于文献[17-19]所采用的1000节点辐射状配电网进行仿真。假定F<sub>500</sub>发生故障,图3为1000节点配电网故障定位的优化过程。由图3可看出,当优化过程结束时,目标函数终值对应的KKT值和约束违背量值约为0,满足最优化极值条件,本文所提出的配电网故障区段定位的互补松弛约束模型及交互式优化算法,应用于大规模馈线故障辨识中是有效的,能够准确地定位出其短路故障位置。分析松弛因子的缩减策略,整个过程总共需要外迭代2次,依据图3可知每次迭代次数约25次,该故障定位过程总共迭代约50次,和文献[17-19]算法迭代次数在同一量级,表明本文算法可应用于大规模配电网的馈线故障定位问题。



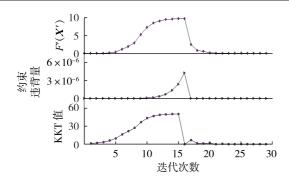


图 3 大型配电网故障定位优化过程

Fig.3 Optimization process for fault location in large distribution network

## 4 结论

- (1)本文基于故障电流信号并联叠加特性和逼近关系理论提出的配电网故障区段定位互补松弛约束模型无需采用复杂的分层解耦技术,即可应用于配电网馈线单一和多重故障的区段定位,且具有较强的容错性能;
- (2)基于模型等价转换思想和松弛因子压缩策略的交互式优化方法,不仅能在连续空间进行决策求解,且可保证算法寻优过程中引导最优目标函数值可靠稳定的收敛于互补优化问题的最优点,从而准确地定位出馈线故障,为配电网故障区段定位的最优化方法提供了新的技术解决方案;
- (3)所构建的故障区段定位互补松弛约束模型 和优化算法适用于大规模配电网的馈线故障定位 问题。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

## 参考文献:

- [1] 王秋杰,金涛,刘军. 计及FTU漏报和误报的配电网故障定位分层解析模型[J]. 电力自动化设备,2019,39(1):147-153. WANG Qiujie, JIN Tao, LIU Jun. Hierarchical analytic model for fault location of distribution network considering FTU missing and false positives[J]. Electric Power Automation Equipment,2019,39(1):147-153.
- [2]高湛军,李思远,彭正良,等.基于网络树状图和改进D-S证据 理论的配电网故障定位方法[J].电力自动化设备,2018,38 (6):65-69.
  - GAO Zhanjun, LI Siyuan, PENG Zhengliang, et al. Fault location method of distribution network based on tree structure diagram and improved D-S evidence theory[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(6):65-69.
- [3] 邓丰,李欣然,曾祥君,等. 基于波形唯一和时-频特征匹配的 单端行波保护和故障定位方法[J]. 中国电机工程学报,2018, 38(5):1475-1487.
  - DENG Feng, LI Xinran, ZENG Xiangjun, et al. Research on single-end traveling wave based protection and fault location method based on waveform uniqueness and feature matching in the time and frequency domain[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(5):1475-1487.
- [4] ZHU J, LUBKEMAN D L, GIRGIS A A. Automated fault

- location and diagnosis on electric power distribution feeders [J]. IEEE Transactions on Power Delivery,1997,12(2):801-809.
- [5] 张钊. 配电网故障定位的通用矩阵算法[J]. 电力自动化设备,2005,25(5):40-43.
  - ZHANG Zhao. General matrix algorithm for distribution system fault locating [J]. Electric Power Automation Equipment, 2005,25(5):40-43.
- [6] 胡福年,孙守娟. 基于图论的矩阵算法在配电网故障定位中的应用[J]. 中国电力,2016,33(1):94-98.

  HU Funian,SUN Shoujuan. Fault location of distribution network by applying matrix algorithm based on graph theory[J]. Electric Power,2016,33(1):94-98.
- [7] 车延博,郁舒雁,葛磊蛟. 基于RS-IA数据挖掘的配电网故障定位模型[J]. 电力自动化设备,2017,37(5):128-134.

  CHE Yanbo, YU Shuyan, GE Leijiao. Fault locating model based on RS-IA data mining for distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(5):128-134.
- [8] 王艳松,宗雪莹,衣京波. 配电网故障定位容错算法[J]. 电力自动化设备,2018,38(4):9-15.
  WANG Yansong, ZONG Xueying, YI Jingbo. Fault-tolerant algorithm for fault location in distribution network [J]. Electric Power Automation Equipment,2018,38(4):9-15.
- [9] WEN Fushuan, CHANG C S. A new approach to fault diagnosis in electrical distribution networks using a genetic algorithm[J]. Artificial Intelligence in Engineering, 1998, 12(1): 69-80
- [10] 卫志农,何桦,郑玉平. 配电网故障区间定位的高级遗传算法 [J]. 中国电机工程学报,2002,22(4):127-130. WEI Zhinong, HE Hua, ZHENG Yuping. A refined genetic algorithm for the fault sections location [J]. Proceedings of the CSEE,2002,22(4):127-130.
- [11] 罗钱,栗时平,刘桂英,等. 基于混合算法的含 DG 配电网故障 区段定位[J]. 电力系统及其自动化学报,2016,28(5):86-90. LUO Qian,SU Shiping,LIU Guiying,et al. Fault section location for distribution networks with DG based on hybrid algorithm[J]. Proceedings of the CSU-EPSA,2016,28(5):86-90.
- [12] 付家才,陆青松. 基于蝙蝠算法的配电网故障区间定位[J]. 电力系统保护与控制,2015,43(16):100-105. FU Jiacai, LU Qingsong. Fault sections location of distribution network based on bat algorithm[J]. Power System Protection and Control,2015,43(16):100-105.
- [13] 郑涛,潘玉美,郭昆亚,等. 基于免疫算法的配电网故障定位方法研究[J]. 电力系统保护与控制,2014,42(1):77-83.

  ZHENG Tao, PAN Yumei, GUO Kunya, et al. Fault location of distribution network based on immune algorithm[J]. Power System Protection and Control,2014,42(1):77-83.
- [14] 刘蓓,汪沨,陈春,等. 和声算法在含 DG 配电 网故障定位中的应用[J]. 电工技术学报,2013,28(5):280-286.

  LIU Bei,WANG Feng,CHEN Chun,et al. Harmony search algorithm for solving fault location in distribution networks with DG[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013,28(5):280-286.
- [15] 郭壮志,徐其兴,洪俊杰,等. 配电网快速高容错性故障定位的 线性整数规划方法[J]. 中国电机工程学报,2017,37(3):786.794
  - GUO Zhuangzhi, XU Qixing, HONG Junjie, et al. Integer linear programming based fault section diagnosis method with high fault-tolerance and fast performance for distribution network[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(3):786-794.
- [16] 何瑞江,胡志坚,李燕,等. 含分布式电源配电网故障区段定位的线性整数规划方法[J]. 电网技术,2018,42(11):3684-3692. HE Ruijiang, HU Zhijian, LI Yan, et al. Fault section location

- 136
  - method for DG-DNs based on integer linear programming [J]. Power System Technology, 2018, 42(11):3684-3692.
- [17] 郭壮志,陈涛,洪俊杰,等. 基于故障辅助因子的配电网高容错性区段定位方法[J]. 电力自动化设备,2017,37(7):93-100. GUO Zhuangzhi, CHEN Tao, HONG Junjie, et al. High-tolerance faulty section locating based on fault accessory factors for distribution network[J]. Electric Power Automation Equipment,2017,37(7):93-100.
- [18] 郭壮志,徐其兴,洪俊杰,等. 配电网故障区段定位的互补约束新模型与算法[J]. 中国电机工程学报,2016,36(14):3742-3750
  - GUO Zhuangzhi, XU Qixing, HONG Junjie, et al. A novel fault section location model with complementarity constraints and its optimization algorithm for distribution network [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(14):3742-3750.
- [19] 郭壮志,陈涛,黄全振,等. 配电网故障定位的层级模型与预测校正算法[J]. 电力自动化设备,2018,38(7):51-60. GUO Zhuangzhi,CHEN Tao,HUANG Quanzhen, et al. Hierarchy model of distribution network fault location and its predictor-corrector algorithm[J]. Electric Power Automation Equipment,2018,38(7):51-60.
- [20] LUO Z Q, PANG J S, RALPH D. Mathematical programs with

- equilibrium contraints [M]. Cambrige, UK; Cambrige University Press. 1996: 211-224
- [21] SCHOLTES S. Convergence properties of a regularization scheme for mathematical programs with complementarity constraints[J]. Siam Journal on Optimization, 2001, 11(4):918-936.

#### 作者简介:



郭壮志(1983—), 男, 河南周口人, 副教授, 博士, 主要研究方向为电力系统分析与控制(E-mail: gzz\_412@163.com);

陈 涛(1981—),男,河南周口人,副教授,博士,研究方向为电力系统分析与控制、电力系统故障诊断(E-mail:jzitchentao@126.com):

郭壮志 徐其兴(1965—),男,河南周口人,教授,博士,主要研究方向为现代电力系统分

析与控制、电力系统故障诊断和电力系统通信(E-mail:xuqix@sina.com);

陈璟华(1974—),女,江西新余人,副教授,博士,主要研究方向为电力系统运行与优化( $\mathbf{E}$ -mail:43884010@qq.com)。

(编辑 王欣竹)

# Novel fault section location model for distribution network with complementary relaxation constraints and its algorithm

GUO Zhuangzhi<sup>1</sup>, CHEN Tao<sup>1</sup>, XU Qixing<sup>1</sup>, CHEN Jinghua<sup>2</sup>

School of Electrical Information Engineering, Henan University of Engineering, Zhengzhou 451191, China;
 School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Fast and high tolerance feeder fault section location method plays an important role in enhancing safety and reliability of distribution network. Based on parallel superposition characteristics of fault current signals and approximation relation theory, a novel fault section location optimization model with complementary relaxation constraints described by algebraic relation for distribution network is proposed at the first time. The advantages are as follows: the dependence of fault identification logical optimization model on swarm intelligence algorithm is overcame, and it can be solved by gradient algorithm with good numerical stability; the complementary relaxation constraint conditions are employed to transform the nonlinear integer programming model into a nonlinear programming model with smooth characteristics, which reduces the complexity of model decision-making; the single and multiple fault sections can be effectively identified without hierarchical decoupling of distribution network. To solve the novel model effectively, an interactive optimization decision-making algorithm with global convergence is put forward based on model equivalence transformation and relaxation factor compression strategy. The simulative results show that the proposed method can accurately realize single or multiple feeder fault section identification with high fault tolerance for distribution network, and has good numerical stability and high fault location efficiency.

**Key words:** distribution network; fault section location; high fault tolerance; complementary relaxation constraint model; interactive optimization algorithm

## Electric Power Automation Equipment

Sept., 20

## 附录

#### 表 A1 无信息畸变时的故障定位仿真结果 TableA1 Simulativeresultsfor fault location without information distortion

故障类型	假定故障		本文模型					文献[15-18]故障定位模型(式(2))			
以牌天空	版正 似 陣	$I_Z^*$	$F(X^*)$	$X^*$	故障区段	是否准确	$F(X^*)$	$X^*$	故障区段	是否准确	
单一故障	$F_1$	[1000000000]	1.3292×10 <sup>-11</sup>	[1000000000]	$F_1$	是	0	[1000000000]	F <sub>1</sub>	是	
单一故障	$F_2$	[1 1 0 0 0 0 0 0 0 0]	2.6583×10 <sup>-11</sup>	$[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_2$	是	0	$[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_2$	是	
单一故障	$F_3$	[1 1 1 0 0 0 0 0 0 0]	$3.9876 \times 10^{-11}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_3$	是	0	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_3$	是	
单一故障	$F_4$	[1 1 1 1 0 0 0 0 0]	5.3168×10 <sup>-11</sup>	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_4$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_4$	是	
单一故障	$F_5$	[1 1 1 1 1 0 0 0 0]	$6.6460 \times 10^{-11}$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_5$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]$	$F_5$	是	
单一故障	$F_6$	[1 1 1 0 0 1 0 0 0]	5.3168×10 <sup>-11</sup>	[0 0 0 0 0 1 0 0 0]	$F_6$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$	$F_6$	是	
单一故障	$F_7$	[1 1 1 0 0 1 1 0 0]	$6.6460 \times 10^{-11}$	[0 0 0 0 0 0 1 0 0]	$F_7$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]$	$F_7$	是	
单一故障	$F_8$	[1 1 0 0 0 0 0 1 0]	$3.9876 \times 10^{-11}$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]$	$F_8$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0]$	$F_8$	是	
单一故障	F <sub>9</sub>	[1 1 0 0 0 0 0 1 1]	5.3168×10 <sup>-11</sup>	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$	$F_9$	是	0	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$	$F_9$	是	
双重故障	F <sub>3</sub> 、F <sub>9</sub>	[2 2 1 0 0 0 0 1 1]	$1.4621 \times 10^{-10}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$	$F_3$ , $F_9$	是	1	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$	$F_9$	否/漏判	
双重故障	$F_5$ , $F_7$	[2 2 2 1 1 1 1 0 0]	2.1268×10 <sup>-10</sup>	[0 0 0 0 1 0 1 0 0]	$F_5$ , $F_7$	是	2	[000010000] 或[000000100]	F <sub>5</sub> 或 F <sub>7</sub>	否/漏判	
双重故障	F <sub>5</sub> 、F <sub>9</sub>	[2 2 1 1 1 0 0 1 1]	$1.7280 \times 10^{-10}$	[0 0 0 0 1 0 0 0 1]	F <sub>5</sub> 、F <sub>9</sub>	是	2	[0 0 0 0 1 0 0 0 0]	$F_5$	否/漏判	
双重故障	F7, F9	[2 2 1 0 0 1 1 1 1]	$1.7280 \times 10^{-10}$	[0 0 0 0 0 0 1 0 1]	$F_7$ , $F_9$	是	2	[000000100]	$F_7$	否/漏判	
								[0 0 0 0 1 0 0 0 0]	$F_5$		
三重故障	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	[3 3 2 1 1 1 1 1 1]	$3.7218 \times 10^{-10}$	[0 0 0 0 1 0 1 0 1]	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	是	4	或[000000100]	或 F <sub>7</sub>	否/漏判	
								[0 0 0 0 0 0 1 0 1]	或 $F_5$ 、 $F_7$		
三重故障	$F_5,\ F_6,\ F_8$	[3 3 2 1 1 1 0 1 0]	$3.4560 \times 10^{-10}$	[0 0 0 0 1 1 0 1 0]	$F_5,\ F_7,\ F_9$	是	3	[000010000] 或[000000100]	F <sub>5</sub> 或 F <sub>7</sub>	否/漏判	

#### 表 A2 有信息畸变时的故障定位仿真结果

## TableA2 Simulative results for fault location with information distortion

故障类型	假定故障	畸变位置	$I_Z^{\circ}$	$F(X^*)$	$X^*$	故障区段	是否准确
单一故障	F <sub>3</sub>	$S_1$	[0 1 1 0 0 0 0 0 0]	1	[0 0 1 0 0 0 0 0 0]	F <sub>3</sub>	是
单一故障	$F_4$	$S_1$	[0 1 1 1 0 0 0 0 0]	1	[0 0 0 1 0 0 0 0 0]	$F_4$	是
单一故障	$F_5$	$S_2$	[101110000]	1	[0 0 0 0 1 0 0 0 0]	$F_5$	是
单一故障	$F_5$	$S_1$ , $S_3$	[0 1 0 1 1 0 0 0 0]	2	[0 0 0 0 0 1 0 0 0]	$F_5$	是
单一故障	F <sub>7</sub>	$S_1$	[101001100]	1	[0 0 0 0 0 0 1 0 0]	$F_7$	是
单一故障	$F_7$	$S_1$ , $S_3$	[0 1 0 0 0 1 1 0 0]	2	[0 0 0 0 0 0 1 0 0]	$F_7$	是
双重故障	$F_5$ , $F_9$	$S_1$	[0 2 1 1 1 0 0 1 1]	4	[0 0 0 0 1 0 0 0 1]	$F_5$ , $F_9$	是
双重故障	$F_5$ , $F_9$	$S_3$	[2 2 0 1 1 0 0 1 1]	1	[0 0 0 0 1 0 0 0 1]	$F_5$ , $F_9$	是
三重故障	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	$S_4$	[3 3 2 0 1 1 1 1 1]	1	[0 0 0 0 1 0 1 0 1]	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	是
三重故障	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	$S_1$ , $S_6$	[0 3 2 1 1 0 1 1 1]	7	[0 0 0 0 1 0 0 0 1]	$F_5$ , $F_9$	否/漏判
三重故障	$F_5$ , $F_7$ , $F_9$	$S_1$ , $S_3$ , $S_6$	[0 3 0 1 1 0 1 1 1]	7	[0 0 0 0 1 0 0 0 1]	$F_5$ , $F_9$	否/漏判

## 表 A3 配电网故障定位优化过程

#### Table A3 Optimization process for fault location in distribution network

	编									
编	k=1			k=2						
号	$X_0$	KKT 值	$F(X_1)$	$X_1$	$X_1$	KKT 值	$F(X_2)$	$X_2$	/s	
1	[0.55 0.62 0.59 0.21 0.30 0.47	3.29×10 <sup>-7</sup>	0.5	[0.000 4 0.000 4 0.499 4 0	[0.00040.00040.4994 0	0.388	1	[0 0 0 0 1 0 1	0.222	
	0.23 0.84 0.19]			0.500 0 0.000 7 0.999 5	0.50000.00070.99950.0005			0 1]	216	
		-		0.000 5 0.999 4]	0.9994]					
2	[0.23 0.17 0.23 0.44 0.31 0.92	9.25×10 <sup>-7</sup>	0.5	[0.000 50.000 50.499	[0.00050.00050.499300.50	0.387	1	[0 0 0 0 1 0 1	0.217	
	0.43 0.18 0.90]			300.500 00.000 90.999	000.00090.99940.00060.99			0 1]	358	
2	50.00.0.44.0.11.0.25.0.41.0.50	7.20 10-7	0.5	40.000 60.999 3]	93]	0.250		50000101	0.210	
3	[0.98 0.44 0.11 0.26 0.41 0.59	7.30×10 <sup>-7</sup>	0.5	[0.000 40.000 40.499	[0.00040.00040.499500.50	0.359	1	[0 0 0 0 1 0 1	0.219	
	0.26 0.60 0.71]			500.500 00.000 70.999 50.000 50.999 5]	000.00070.99950.00050.99 951			0 1]	362	
4	[0.03 0.93 0.73 0.49 0.58 0.24	7.30×10 <sup>-7</sup>	0.5	[0.000 40.000 40.499	[0.00040.00040.499400.50	0.385	1	[0 0 0 0 1 0 1	0.22249	
+	0.46 0.96 0.551	7.30×10	0.5	400.500 00.000 70.999	000.00070.99950.00050.99	0.363	1	0 11	0.22249	
	0.40 0.90 0.55]			50.000 50.999 4]	941			0 1 j	Ü	
5	[0.52 0.23 0.49 0.62 0.68 0.40	2.56×10 <sup>-7</sup>	0.5	[0.000 40.000 40.499	[0.00040.00040.499500.50	0.359	1	[0 0 0 0 1 0 1	0.22360	
	0.37 0.99 0.041	2.507710	0.0	500,500 00,000 70,999	000.00070.99950.00050.99	0.557	•	0 1]	9	
				50.000 50.999 5]	95]			~ -,	_	

注: k 为迭代次数;  $X_0$  为初始解集;  $X_1$  为 t=1 时的最优解集;  $X_2$  为  $t=10^4$  时的最优解集。