# 考虑疲劳载荷的风电场分散式频率响应策略

杨伟峰<sup>1</sup>, 文云峰<sup>1</sup>, 李 立<sup>2</sup>, 王 康<sup>2</sup>, 迟方德<sup>2</sup>, 张武其<sup>1</sup> (1. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 国网陕西省电力公司电力调度控制中心, 陕西 西安 710049)

摘要:风电场参与调频时会增加风机的疲劳载荷,导致风电场维护成本上升、运营效益下降。为此,提出一种 考虑疲劳载荷的风电场分散式频率响应策略,可在维持风电场调频性能的同时,降低风机疲劳损伤。为实现 该目标,首先分析风电场调频及有功控制结构,推导风机线性动力学模型,并构建考虑疲劳载荷的单机频率 响应模型。然后基于Jensen尾流模型,推导风电场由尾流波动产生疲劳载荷的解析式,并结合单机模型构建 风电场频率响应模型。为减少风电场中央控制器计算压力,采用目标级联分析法将原集中式优化问题拆分 成主问题(中央控制器)和多个子问题(本地控制器),建立分散式频率响应策略。最后在MATLAB/Simulink 中搭建含80台单机容量为5 MW 双馈风机的 IEEE RTS-79系统,并通过仿真验证所提策略的有效性。

中图分类号:TM 614

文献标志码:A

DOI:10.16081/j.epae.202201003

# 0 引言

随着风电渗透率提高,由风机运行特性造成的 电网惯量低、调频能力弱等特征致使电网中频率稳 定性问题逐步凸显<sup>[1]</sup>。为维持高比例新能源电网的 安全稳定运行,调度机构一般需要充裕的备用容量, 这将导致弃风等问题发生<sup>[2]</sup>。为适应大规模风电并 网和消纳需求,电力公司正逐步提高风电并网标准, 要求风电场具有一定辅助调频能力。为使风机具备 类似同步机组的频率响应能力,基于变速型风机的 虚拟惯量、下垂控制等策略被大量提出。这些策略 通过采集电网频率特征,调节风电场整体或单机出 力状况,使其参与系统调频<sup>[35]</sup>。然而,风机属于疲 劳器械,参与调频将导致风机出力变化频次及幅度 增加,使其机械部件承受由风波动引起的交变载荷 外,还将承受由出力变化引起的疲劳载荷,从而加快 材料缺陷积累,增加疲劳损伤,缩短使用寿命<sup>[67]</sup>。

关键词:风电场调频;风机;目标级联分析法;疲劳载荷;尾流效应

为减小风电调频过程中造成的疲劳载荷,国内 外学者已开展大量研究。文献[8]依据风电场内风 机的有功备用容量进行比例控制,用于代替传统启 停机控制方法。由于该方法简单有效,目前许多风 电场均基于该策略参与调频。文献[9]由风机动力

#### 收稿日期:2021-06-02;修回日期:2021-11-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52077066);湖南省自 然科学优秀青年基金资助项目(2020JJ3011);国网陕西省电 力公司新能源消纳科技专项(SGSN0000TKJS2001710)

Project supported by the National Natural Science Foundation of China(52077066), Hunan Provincial Natural Science Foundation for Excellent Young Scholars (2020JJ3011) and the New Energy Consumption Science and Technology Special Project of State Grid Shaanxi Electric Power Company (SGSN0000TKJS2001710) 学模型构建含疲劳载荷的状态空间方程,并结合适 用于多输入-多输出优化问题的模型预测控制 (MPC),协调各风机的桨距角和电磁转矩,来降低风 电场调频时产生的疲劳载荷。但由于该方法属于集 中式优化策略,针对现代大型风电场内可能包含成 百上千台风机的实际情况,该策略将面临优化模型 矩阵维度急剧上升、中央控制器计算压力大幅增加 等问题<sup>[10]</sup>。为进一步提高风电场优化问题的计算效 率,用于解决风电场内优化问题的分散式控制策略 被提出[11-13]。其中,文献[11]提出一种基于疲劳载 荷敏感性的分布式有功控制方法,通过在本地控制 器中并行求解各风机疲劳载荷灵敏度系数,协调风 机有功出力。文献[12]和文献[13]分别基于适用于 分布式最优控制问题的交替方向乘子法(ADMM)与 和增积减法(AIMD),将集中优化问题分解为多个子 问题,通过风机的本地控制器并行计算,快速求得风 电场调频过程中风机出力的最优解。

尾流效应是风电场上游风机产生的尾流轨迹对 下游风速造成削弱影响的现象,随着上游风机出力 变化其尾流干涉效果也将改变<sup>[14]</sup>。当风电场参与调 频改变上游风机出力时,下游风机除因调频变化出 力而引起疲劳载荷外,还将受到由尾流效应引起的 另外一种疲劳载荷的影响。目前与疲劳载荷优化相 关的优化控制策略均未将尾流因素考虑在内,这会 导致风电场疲劳载荷的实际优化效果有所降低。

本文提出一种考虑疲劳载荷的风电场分散式频 率响应策略,旨在维持风电场调频性能的同时,考虑 风电场内尾流效应,降低调频过程中由风机出力变 化和风机尾流波动造成的总疲劳损伤。首先分析了 风电场调频控制及其有功控制的结构,推导了风机 线性动力学模型,并结合 MPC 策略构建考虑疲劳载 荷的单机频率响应模型。基于Jensen尾流模型推导 了风机出力与尾流引起疲劳载荷间的线性关系,并 结合单机模型构建考虑疲劳载荷的风电场频率响 应模型。为减少风电场中央控制器计算压力,基于 目标级联分析法(ATC)将该集中优化问题拆分成主 问题和多个子问题放置在中央控制器和本地控制 器中,形成分散式的频率响应策略,通过多个控制器 并行计算实现对调频风机出力的协调。最后,基于 改进的含 80 台单机容量为 5 MW 双馈风机的 IEEE RTS-79系统对所提策略进行了仿真验证。

# 1 风电场调频及有功控制结构

## 1.1 风电场调频结构

风电场参与电网调频时须主动改变的有功出力 参考值ΔP<sub>fam</sub>可通过将其并网点频率变化率及频率 偏差量分别代入虚拟惯量响应与下垂响应这2个环 节计算确定<sup>[15]</sup>,如式(1)所示。

$$\Delta P_{\text{farm}} = -K_{\text{vi}} f_{\text{m}} \frac{\mathrm{d}f_{\text{m}}}{\mathrm{d}t} - K_{\text{p}} (f_{\text{m}} - f_{0}) \tag{1}$$

式中:K<sub>vi</sub>和K<sub>p</sub>分别为虚拟惯量和下垂系数;f<sub>m</sub>和f<sub>0</sub> 分别为实际频率和额定频率;t为时间变量。

## 1.2 风电场有功控制结构

在风电场频率响应过程中,须由风电场中央控制器接收并分配风电场有功出力参考值至各风机本 地控制器中,通过各风机跟踪有功出力参考值调节 出力,实现调频。图1为本文研究的风电场有功控 制结构,风电场控制层设有一个中央控制器,而在各 风机控制层设有一个本地控制器。在调频过程中, 中央控制器可在接收和分配 ΔP<sub>fam</sub>的同时,根据本地 控制器上传的风机*i*(*i*=1,2,…,*N*,其中*N*为风电场 中风机总数)的运行参数协调有功出力参考值 ΔP<sup>*i*</sup><sub>ref</sub>, 从而降低风电场疲劳载荷。





Fig.1 Block diagram of active power control for wind farm

## 2 考虑疲劳载荷的单机频率响应模型

## 2.1 风机动力学模型

风机动力学模型是推导风电调频时有功出力与 疲劳载荷间解析关系的物理基础<sup>[16]</sup>。根据其传动轴 上的转矩平衡关系,可基于风轮和发电机2个具有 转动惯量的质量块描述含风轮角速度ω,和发电机 角速度ω,的动力学方程。其中风轮动力学方程为:

$$J_{\rm r} \frac{{\rm d}\omega_{\rm r}}{{\rm d}t} = \frac{P_{\rm m}}{\omega_{\rm r}} - K_{\rm s}\theta_{\rm s} - D_{\rm s} \left(\omega_{\rm r} - \frac{\omega_{\rm g}}{\eta_{\rm g}}\right)$$
(2)

式中: $J_r$ 为风轮惯量; $K_s$ 为传动轴刚度; $\theta_s$ 为传动轴 形变量; $D_s$ 为摩擦阻尼常数; $\eta_g$ 为齿轮箱增速比; $P_m$ 为风轮吸收机械功率,其由式(3)所示气动方程得到。

$$P_{\rm m} = 0.5\rho\pi R^2 C_{\rm p}(\lambda,\beta) v_{\rm w}^3 \tag{3}$$

式中: $\rho$ 为空气密度;R为风轮半径; $C_p$ 为风能利用 系数; $v_x$ 为风轮轮廓中心水平风速; $\beta$ 为桨距角; $\lambda$ =  $\omega_r R/v_x$ 为叶尖速比。发电机转子上的动力学方程同 样可基于传动轴上的转矩平衡条件表示为;

$$J_{g} \frac{\mathrm{d}\omega_{g}}{\mathrm{d}t} = -\frac{P_{e}}{\omega_{g}} + \frac{D_{s}(\omega_{r} - \omega_{g}/\eta_{g}) + K_{s}\theta_{s}}{\eta_{g}}$$
(4)

式中: $J_{a}$ 为发电机惯量; $P_{a}$ 为发电机有功输出。 $P_{a}$ 与风机变流器上接收的有功出力参考值 $P_{ref}$ 间的解析关系为:

$$P_{e} = \frac{1}{1 + sT_{k}} P_{ref}$$
(5)

式中:T<sub>k</sub>为发电机有功输出时间常数;s为复变量。在 风机桨距角控制环节中,当风机进行变桨距角动作 时,其参考值<sub>*β*<sub>ref</sub>与实际值*β*间的解析关系可描述为:</sub>

$$\boldsymbol{\beta} \approx \boldsymbol{\beta}_{\rm ref} = \left( k_{\rm p} + \frac{k_{\rm i}}{s} \right) \left( \boldsymbol{\omega}_{\rm f} - \boldsymbol{\omega}_{\rm g_-rate} \right) \tag{6}$$

式中: $k_p$ 和 $k_i$ 分别为风机桨距角控制器的比例和积分 系数; $\omega_{g_nate}$ 为发电机转子额定角速度; $\omega_f$ 为由传感 器测得的实际发电机转子角速度,其与 $\omega_g$ 间的解析 关系见式(7)。

$$\boldsymbol{\omega}_{\rm f} = \frac{1}{1 + sT_{\rm f}} \boldsymbol{\omega}_{\rm g} \tag{7}$$

式中:T<sub>f</sub>为低通滤波器时间常数。

### 2.2 风机疲劳载荷模型

在风电场调频过程中,风机产生的疲劳损伤主要来源于2类载荷<sup>[17]</sup>:第一类为传动轴上形变扭矩  $T_s$ ,由于风机调频可能连续改变电磁功率,并且风轮 机械功率随风速的变化而变化,此时引起的轴转矩 不平衡状况将导致材料微裂纹积累;第二类为风机 塔筒底部弯矩 $M_T$ ,由风轮平面传递至塔筒的水平循 环推力将引起塔筒点头动作,而风机调频过程可能 会放大塔架振幅,甚至造成风机坍塌事故。

根据文献[12],形变扭矩 $T_s$ 可通过传动轴形变 量 $\theta_s$ 及传动轴刚度 $K_s$ 进行量化:

$$T_{\rm s} = K_{\rm s}\theta_{\rm s} = K_{\rm s} \left[ (\omega_{\rm r} - \omega_{\rm g}/\eta_{\rm g}) \mathrm{d}t \right]$$
(8)

塔筒底部弯矩 *M*<sub>r</sub>可通过计算风机轴向推力系数 *C*<sub>1</sub>近似求得:

$$M_{\rm T} \approx 0.5\pi R^2 v_{\rm w}^2 C_{\rm t}(\lambda,\beta) \rho H_{\rm t} \tag{9}$$

式中: $H_{t}$ 为风机塔高。为建立 $T_{s}$ 和 $M_{T}$ 与风机有功输出参考值增量 $\Delta P_{ref}$ 间的线性解析关系,用于后续建立风机频率响应模型,在此将式(8)、(9)转化为增量

式结构,分别如式(10)、(11)所示。

$$\Delta T_{\rm s} = K_{\rm s} \Delta \theta_{\rm s} \tag{10}$$

$$\Delta M_{\rm T} \approx 0.5\pi R^2 v_{\rm w}^2 \left( \frac{\partial C_{\rm t}}{\partial \lambda} \frac{R}{v_{\rm w}} \Delta \omega_{\rm r} + \frac{\partial C_{\rm t}}{\partial \beta} \Delta \beta \right) \rho H_{\rm t} \quad (11)$$

式中: $\Delta T_{s}$ 、 $\Delta M_{T}$ 、 $\Delta \theta_{s}$ 、 $\Delta \omega_{r}$ 、 $\Delta \beta$ 分别为 $T_{s}$ 、 $M_{T}$ 、 $\theta_{s}$ 、 $\omega_{r}$ 、 $\beta$ 的增量, 且  $\Delta \theta_{s}$ 、 $\Delta \omega_{r}$ 、 $\Delta \beta$ 的增量式结构可根据式 (2)—(7)转化得到,转化过程见附录A式(A1)—(A7)。由于叶片气动特性决定了 $C_{r}$ 与 $\lambda$ 和 $\beta$ 间为非线性关系,本文在此通过查表法对该非线性部分进行线性化处理<sup>[11]</sup>。接着,基于连续状态空间方程结构和采样周期T,结合式(10)、(11)及动力学模型增量式结构可建立含有功与载荷因素的风机增量离散状态空间方程,如式(12)所示。

$$\begin{cases} X(q+1) = A_{d}X(q) + B_{d}u(q) + E_{d} \\ Y(q+1) = CX(q) \end{cases}$$
(12)

式中:X为状态向量;u为控制器的输入向量;Y为输 出向量;q为步长;A<sub>d</sub>、B<sub>d</sub>、C、E<sub>d</sub>分别为状态系数矩阵、 控制系数矩阵、输出状态系数矩阵和常系数向量,其 具体表达式见附录A式(A8)—(A12)。

## 2.3 基于 MPC 的单机频率响应模型

MPC由于具有在线滚动优化特性及解决多约束 优化问题的能力,其在风电控制方面也极具应用潜 力<sup>[18]</sup>。为通过控制某时间尺度下输入向量*u*,实现 对更长时间尺度下风机疲劳载荷的优化。本文采用 MPC策略建立含疲劳载荷的单机频率响应模型,具 体过程如下。

1)基于 MPC 策略, 对式(12) 所示风机增量离散 状态空间方程进行扩展, 用于估计 M 个控制步长输 入向量 u 在未来 N<sub>a</sub>个预测步长下的系统输出向量 Y。

2)采用 MPC 策略建立含载荷的单机频率响应 模型,如式(13)所示。

$$\begin{cases} \min \sum_{h=1}^{N_{p}} \left[ Q_{T} (\Delta T_{s}^{h})^{2} + Q_{M} (\Delta M_{T}^{h})^{2} + Q_{P} (\Delta P_{e}^{h} - \Delta P_{ref})^{2} \right]_{(13)} \\ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{P}_{\min} \leq \boldsymbol{u} + \boldsymbol{P}_{e}^{0} \leq \boldsymbol{P}_{avi} \end{cases}$$

式中: $Q_T, Q_M, Q_P$ 为控制目标权重; $P_e^0$ 为风机当前有 功出力; $\Delta T_s^h, \Delta M_T^h, \Delta P_e^h$ 分别为第h个步长下 $T_s, M_T, P_e$ 的增量; $\Delta P_{ref}$ 为有功输出参考值增量; $P_{min}$ 和 $P_{avi}$ 分 别为风机基于当前风速、风轮转速、桨距角状态和约 束计算得到的最小和最大有功出力<sup>[11]</sup>。

# 3 考虑疲劳载荷的风电场频率响应模型

由式(13)可见,若对单机调频过程中产生的疲 劳载荷进行抑制,则势必会造成风机实际出力偏移 参考值,从而影响其调频性能。为解决该问题,本节 从单机频率响应模型出发,同时考虑调频过程中由 尾流效应引起的疲劳载荷,并通过对轴向推力因子 的线性化,构建场站层面的频率响应优化控制模型。

#### 3.1 风电场尾流模型

当风机运行时,水平自由风在经过风轮被吸收 部分能量后,将在风电场下游区域形成一个尾流干 涉区域,对风电场下游区域的风速造成影响。由式 (2)、(3)、(9)可知,当风机v<sub>w</sub>受尾流波动影响变化 后,其*T*<sub>s</sub>和*M*<sub>r</sub>也将发生变化。为构建含尾流模型 的风机疲劳载荷模型,首先需推导风机出力、尾流与 疲劳载荷间的解析关系。丹麦 Riso 实验室提出的 Jensen 尾流模型中,假设风经风轮后的尾流轨迹在 该风机扫掠面积基础上呈锥形扩张趋势,对下游风 速造成影响,并随着水平距离的增加,该尾流轨迹对 周围自由风速的影响也将逐渐衰减<sup>[14]</sup>。

根据文献[14],在Jensen尾流模型中,当上游风 机产生尾流区完全覆盖下游风机扫掠面积时,扰动 系数δ,可基于上游风机轴向推力系数C,表示为:

$$\delta_{v} = \frac{1 - \sqrt{1 - C_{t}}}{(1 + 2KL/D)^{2}}$$
(14)

式中:L为上游风机至尾流影响区域的水平距离;K 为尾流衰变系数;D为尾流影响区域直径。

由于本文主要研究高风速场景下风机调频造成的疲劳载荷,且风机在参与调频前需预留一定的有功备用,故风机叶尖速比λ较小而桨距角β较大。 根据附录B图B1所示美国国家可再生能源实验室容量为5MW双馈风机模型的轴向推力系数参考值,在该运行场景下C<sub>1</sub>总位于0和1之间<sup>[16]</sup>。而由文献[17]可知,当C<sub>1</sub><1时贝茨理论有效,对轴向推力因子a具有小于0.5的约束条件,故可推得系数C<sub>1</sub>与a间的解析关系为:

$$a = \frac{1 - \sqrt{1 - C_i}}{2} \tag{15}$$

将式(15)代入式(14)中,结合 Jensen 尾流模型 中的风速解析式可推得尾流削减风速 v<sub>in</sub> 与轴向推 力因子 a 间的解析关系为:

$$v_{\rm in} = \frac{v_{\infty}(2-2a)}{(1+KL/D)^2}$$
(16)

式中:v"为水平方向自由风速。

若下游风机遭遇多个尾流轨迹或其扫掠面积并 未被尾流区完全覆盖,则可根据尾流扰动系数及风 机扫掠面积与尾流区的重叠面积计算得到尾流削减 风速*v*<sub>in</sub>表达式,如式(17)所示。

$$v_{\rm in} = v_{\infty} \sqrt{\sum_{i=1}^{H} \left[ \frac{S_1^i}{S_2} \frac{2 - 2a_i}{(1 + K_i L_i / D_i)^2} \right]^2}$$
(17)

式中:H为上游风机数量;S<sub>2</sub>为下游风机扫掠面积;S<sup>i</sup><sub>1</sub> 为上游风机*i*尾流区与该风机扫掠面积的重叠面积; *a<sub>i</sub>为上游风机i*轴向推力因子;*L<sub>i</sub>为上游风机i*至尾流 影响区域的水平距离;*K<sub>i</sub>为上游风机i*的尾流衰变系 数;*D<sub>i</sub>为上游风机i*的尾流影响区域直径。 为简化纳入尾流因素至风机频率响应模型中, 假设上游风机对下游风机造成的尾流影响一致,风 电场地理布局如图2所示。图中,L<sub>wake</sub>为尾流影响区 域对风机风速起干涉作用部分的径长;v<sup>i</sup><sub>in</sub>和v<sup>i</sup><sub>w</sub>分别 为风机*i*的尾流削减风速和风轮轮廓中心水平风速。 另外,对于布局已定的风电场由于风机间地理位置 固定,当风电场风速一定时,可视K、L、R等参数均为 定值。



图 2 风电场地理布局 Fig.2 Geographical distribution of wind farm

基于上述假设,由式(17)可进一步推出风机出力变化引起的轴向推力因子增量 $\Delta a$ 与下游尾流削减风速衰减量 $\Delta v_{in}$ 间的关系式为:

$$\Delta v_{\rm in} = v_{\infty} \sqrt{H} \left[ \frac{S_1}{S_2} \frac{-2\Delta a}{\left(1 + 2KL/D\right)^2} \right]$$
(18)

式中:S<sub>1</sub>为上游风机尾流区与该风机扫掠面积的重 叠面积。根据式(2)、(9)容易推断,无论尾流波动引 起下游风机轮毂处风速增加还是减少,只要风速变 化即会在风机传动轴和塔筒上附加一个载荷增量。

为有效降低风电场调频时由尾流波动产生的载荷,需将与尾流相关的轴向推力因子增量 $\Delta a$ 也纳入风机状态空间方程中,建立频率响应模型。为得到  $\Delta a$ 与式(12)中风机状态量间的线性关系,本文基于  $C_{p}, C_{t}$ 查表法和定理 $a=C_{p}/C_{t}$ ,得到式(19)所示 $\Delta a$ 与  $\Delta \omega_{r}, \Delta \beta$ 间的线性关系。

$$\Delta a = \frac{\partial a}{\partial \lambda} \frac{R}{v_{w}} \Delta \omega_{r} + \frac{\partial a}{\partial \beta} \Delta \beta \qquad (19)$$

由式(3)、(9)、(18)、(19)可得 $\Delta \omega_r \Delta M_T 与 \Delta a$ 间 的线性关系,并在状态变量中加入 $\Delta a$ 后,式(12)变 为 $X'(q+1)=A'_d X'(q)+B'_d u(q)+E'_d , Y(q+1)=C'X'(q)$ 。  $\Delta \omega_r \Delta M_T 与 \Delta a$ 间的线性关系及各矩阵具体内容见 附录C式(C1)—(C8)。

## 3.2 考虑尾流与载荷因素的风电场频率响应模型

基于更新后的状态空间方程,本节将构建以风 电场有功出力参考值 ΔP<sub>farm</sub> 为等式约束的风电场频 率响应模型,并转化为二次规划问题。

根据图2所示风电场中N台风机的地理布局, 此时风电场的离散状态空间方程可表示为:

$$\begin{cases} X_{w}(q+1) = A_{w}X_{w}(q) + B_{w}u_{w}(q) + E_{w} \\ Y_{w}(q+1) = C_{w}X_{w}(q) \end{cases}$$
(20)

式中: $X_w$ 、 $Y_w$ 、 $u_w$ 、 $A_w$ 、 $B_w$ 、 $C_w$ 、 $E_w$ 的表达式见附录C式 (C9)。基于MPC对式(20)进行展开,以构建考虑疲 劳载荷的风电场频率响应模型目标函数,如式(21) 所示。

$$\min \sum_{i=1}^{N} \sum_{h=1}^{N_{p}} \left[ Q_{T} (\Delta T_{s,i}^{h})^{2} + Q_{M} (\Delta M_{T,i}^{h})^{2} \right]$$
(21)

式中: $\Delta T_{s,i}^{h}, \Delta M_{T,i}^{h}$ 分别为第h个步长下风机i的 $T_{s}, M_{T}$ 增量。目标函数中控制变量的等式及不等式约束为:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{u}_{i} = \Delta \boldsymbol{P}_{\text{farm}} \\ \boldsymbol{P}_{\min, i} \leq \boldsymbol{u}_{i} + \boldsymbol{P}_{e, i}^{0} \leq \boldsymbol{P}_{\text{avi}, i} \end{cases}$$
(22)

式中: $u_i$ 为风机*i*控制器输入向量; $\Delta P_{farm}$ 为调频时风 电场须主动改变的有功出力参考值向量; $P_{e,i}^0$ 为风机 *i*当前有功出力; $P_{min,i}$ 和 $P_{avi,i}$ 分别为风机*i*基于当前 运行状态和约束计算得到的最小和最大出力。式 (22)所示约束条件可保证风电场在优化疲劳载荷且 维持调频性能的同时,使各风机执行的出力命令不 会超过其能力范围。

而由于控制目标与控制变量*u*<sub>w</sub>间为线性关系, 故可将其转化为基于*u*<sub>w</sub>的二次规划问题进行求解。 将目标函数式(21)放入紧凑型二次规划结构,可得 风电场频率响应模型数学模型为:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{g}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{x}' \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}'' \\ \mathbf{A}_{\mathrm{eq}} \mathbf{x} = \mathbf{b}_{\mathrm{eq}} \end{cases}$$
(23)

式中:  $f(\mathbf{x})$ 为风电场的优化目标函数;  $\mathbf{x} = [u_w(1), u_w(2), \dots, u_w(N)]$ ,表示风电场中央控制器输入向量,其维度为 $NN_p \times 1$ ; H和g的维度分别为 $NN_p \times NN_p$ 、 $NN_p \times 1$ ,其中H为半正定对称矩阵;  $\mathbf{x}'', \mathbf{x}'$ 分别为有功控制器输入向量 $\mathbf{x}$ 的上、下限约束,可基于各风机运行状况得到;  $A_{eq}$ 和 $b_{eq}$ 为风电场中央控制器输出向量的约束,其表达式见附录C式(C10)。

# 4 基于ATC的风电场分散式频率响应策略

根据图1中本地控制器上传的风机数据,风电 场可基于其中央控制器对式(23)中的二次规划问题 进行求解得到各控制周期下各风机有功出力参考 值,减小风电场调频时产生的疲劳损伤。然而,大型 风电场投建规模可达数百甚至上千台风机,这将使 得该二次规划模型中包含高维矩阵,导致中央控制 器计算压力增加,计算效率下降,进而无法满足风电 场控制的快速性需求。

为了有效提升风电场频率响应优化模型的求解 速度,本节基于适用凸优化计算的ATC对式(23)所 示集中式优化问题进行重构,相较于ADMM和 AIMD,该算法在该应用环境下具有控制精度更高且 结构适应性更强的优点<sup>[12-13,19]</sup>。基于ATC,第3节中 建立的风电场频率响应模型可被分解为1个中央控 制器主问题和多个本地控制器子问题,形成分布式 计算求解的结构。该算法在根据子问题目标函数求 得多个局部最优解的同时,可通过主问题目标函数 对各子问题计算结果进行协调。通过主问题与子问 题间每次迭代结果的共享及目标函数中算法乘子的 更新,最终得到满足全局的最优解。由于该风电场 优化问题经分解后,所得子问题部分的局部最优解 可通过风机本地控制器并行计算得到,故可有效分 流中央控制器计算压力,加快优化问题求解速度。 该分散式控制策略构建过程如下。

将式(23)分成多个子问题,如式(24)所示。

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{N} f_i(\mathbf{x}_i) \\ \text{s.t.} \quad f_i(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{2} \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{g}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i = \mathbf{b}_i \\ \mathbf{x}_i' \leq \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_i'' \end{cases}$$
(24)

式中: $f_i(\mathbf{x}_i)$ 为风机i的优化目标函数; $\mathbf{x}_i$ 为风机i本 地控制器输入向量,其维度为 $N_p \times 1$ ; $H_i 和 g_i$ 的维度 分别为 $N_p \times N_p, N_p \times 1$ ; $A_i 和 b_i$ 分别为风机i的有功出 力等式约束的矩阵和向量,其维度分别为 $N_p \times N_p$ 和  $N_p \times 1$ ; $\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}'_i$ 分别为风机i本地控制器输入向量 $\mathbf{x}_i$ 的 上、下限约束。

基于 ATC 分层求解思路,将式(24)分解为1个 上层主问题和N个下层子问题。其中,用于协调下 层自治解的上层主问题可被描述为:

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{N} \left[ \boldsymbol{a}_{i}^{k} (\bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^{c} - \boldsymbol{x}_{i,k}^{c}) + \boldsymbol{\beta}_{i}^{k} (\bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^{c} - \boldsymbol{x}_{i,k}^{c})^{2} \right] \\ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{A}_{i} \bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^{c} = \boldsymbol{b}_{i} \end{cases}$$
(25)

式中: $\bar{x}_{i,k}^{e}$ 为第k次迭代中上层问题待求解的风机i的本地控制器输入向量参考值; $x_{i,k}^{e}$ 为第k次迭代中风 机i的本地控制器上传至中央控制器的共享输入向 量; $a_{i}^{k}$ 、 $\beta_{i}^{k}$ 为第k次迭代中风机i的ATC乘子系数。每 次迭代时,协调层须保证风电场总的有功增量等于 调频时风电场须主动改变的有功出力参考值 $\Delta P_{famo}$ 。

同样由风机本地控制器进行求解的下层子问题 可被描述为:

min  $f_i(\mathbf{x}_i) + \mathbf{a}_i^{k-1}(\mathbf{x}_{i,k-1}^e - \bar{\mathbf{x}}_{i,k}^e) + \boldsymbol{\beta}_i^{k-1}(\mathbf{x}_{i,k-1}^e - \bar{\mathbf{x}}_{i,k}^e)^2$  (26) 式中: $\mathbf{x}_{i,k-1}^e$ 为第k-1次迭代中由中央控制器下传至 本地控制器的共享输入向量; $\mathbf{a}_i^{k-1}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_i^{k-1}$ 为第k-1次 迭代中风机i的 ATC 乘子系数,其可根据每次迭代 中上、下层共享变量的偏差更新,用于修正下一轮迭 代计算结果,如式(27)所示。

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_{i}^{k} = \boldsymbol{a}_{i}^{k-1} + 2(\boldsymbol{\beta}_{i}^{k-1})^{2} (\bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^{e} - \boldsymbol{x}_{i,k}^{e})^{2} \\ \boldsymbol{\beta}_{i}^{k-1} = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\beta}_{i}^{k-1} \end{cases}$$
(27)

式中:µ为预置常数;a和β初值通常较小。在迭代 过程中,同时满足式(28)、(29)时可视作算法收敛。

$$\sum_{i=1}^{N} \left| \bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^{c} - \boldsymbol{x}_{i,k}^{c} \right| \leq \varepsilon_{1}$$
(28)

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{i,k}^c) - \sum_{i=1}^{N} f_i(\boldsymbol{x}_{i,k}^c)}{\sum_{i=1}^{N} f_i(\boldsymbol{x}_{i,k}^c)} \leqslant \varepsilon_2$$
(29)

式中: $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 为预先设置的精度系数。

该风电场分散式频率响应策略的具体实现流 程如附录D图D1所示。对于该分散式频率响应策 略初次迭代时需要的风机有功输出参考值增量,本 文依据有功备用容量进行比例分配的原则,根据各 风机有功备用,将调频时风电场须主动改变的有功 输出参考值ΔP<sub>fam</sub>按比例分配至各风机用于响应系 统的频率变化,如式(30)所示。

$$\Delta P_{\rm ref}^{i} = \Delta P_{\rm farm} P_{\rm s,i} / \sum_{i'=1}^{N} P_{\rm s,i'}$$
(30)

式中: $\Delta P_{ref}^i$ 为风机i的有功输出参考值增量; $P_{s,i}$ 为风机i的有功备用容量。

## 5 仿真验证

# 5.1 测试系统

在 MATLAB / Simulink 中搭建了 IEEE RTS-79 测试系统,并在节点1上接入含80台单机容量为 5 MW 双馈风机的双馈风电场,验证所提控制策略的 有效性。为了便于建模,将风电场内每10台风机视 为1个机群,进而风电场被划分为机群 S<sub>WT1</sub>—S<sub>WT8</sub>, 并假设各机群中风速以及各风机的出力均相同。各 机群的地理布局与图2一致。设风电场中S<sub>WT1</sub>— S<sub>WT4</sub>为上游机群,S<sub>WT5</sub>—S<sub>WT8</sub>为下游机群。并设风电 场频率响应控制策略的控制周期T为0.5 s;MPC 控 制步长M和预测步长 $N_p$ 分别为1和10。

## 5.2 控制效果

测试系统仿真时长共100s,仿真期间风轮轮廓 中心水平风速在12~18m/s间波动,见附录D图D2。 在系统出现扰动前,风电场出力恒定,系统频率稳定 在50Hz。当仿真进行至60s时,系统发生机组跳闸 事件(出力减少量为16.9MW,约为总容量的2.6%), 造成系统频率跌落,并触发风电场调频动作。

为体现分散式控制策略的调频及载荷优化的独 特优势,将其仿真结果与比例式控制策略和集中式 控制策略进行对比,如图3所示。图中,无附加控制 策略指风机采用定功率控制策略而不响应外部频率 变化。由图可见,风电场参与调频可有效改善系统 频率的变化率和偏差量。对比各策略的调频性能: 比例式控制策略下系统频率的稳态偏差和波动幅度 更小,效果最优;集中式控制策略和分散式控制策略 也可有效改善系统频率最低点,且与比例式控制策略效果基本一致,仅在稳态阶段略有不足。



在风电场参与调频时,由于风电场处在高风速 场景下,各机群均具备额定出力能力,使得由中央控 制器按机群有功备用比例下发的有功出力参考值增 量近乎一致,如附录D图D3所示。而集中式控制策 略和分散式控制策略则可在风电场调频时,根据各 机群运行状况和实际风速,量化机群因出力变化造 成的T<sub>s</sub>、M<sub>T</sub>疲劳载荷,并通过8个机群调频过程中出 力的实时协调,降低风电场的疲劳载荷。由于场内 风速波动幅度大,故基于频率响应策略求得的机群 有功出力参考值在时域上变化明显。另外,基于分 散式控制策略优良的收敛性,利用该策略所得机群 有功出力参考值与集中式控制策略下所得结果近乎 一致,如附录D图D4、D5所示。

为了进一步对比各控制策略下风电场的疲劳载 荷,本文依据仿真时段60—100s间各风机的T<sub>s</sub>,M<sub>T</sub> 载荷进行等效疲劳载荷计算和雨流循环计数分析。 基于3种控制策略下各机群的T<sub>s</sub>,M<sub>T</sub>等效疲劳载荷 计算结果分别见表1、2。

基于表1可知:相较于比例式控制策略,风电场 在集中式控制策略和分散式控制策略下造成的T。等 效疲劳载荷分别下降了9.65%和9.41%;且机群Swra 的降载效果最为显著,相较于比例式控制策略,基于 集中式和分散式控制策略下机群Swra的T。等效疲劳

表1	不同控制策略	下的 T。	等效疲劳载荷
----	--------	-------	--------

Table 1 Equivalent fatigue load of  $T_s$  under different control schemes

机群	T <sub>s</sub> 等效疲劳载荷 / (kN·m)			
	比例式控制策略	集中式控制策略	分散式控制策略	
$S_{WT1}$	252.48	263.31	263.47	
$S_{WT2}$	366.82	351.13	351.16	
$S_{WT3}$	335.84	345.05	345.11	
$S_{WT4}$	412.86	191.56	195.89	
$S_{WT5}$	258.73	264.13	262.32	
$S_{WT6}$	298.19	285.74	290.19	
$S_{WT7}$	319.19	304.74	303.27	
$S_{WT8}$	219.33	219.97	220.43	
总和	2463.44	2 2 2 5 . 6 3	2231.74	

表2 不同控制策略下的M<sub>T</sub>等效疲劳载荷

Table 2 Equivalent fatigue load of  $M_{\rm T}$  under

different control schemes

机群	M <sub>T</sub> 等效疲劳载荷 / (MN·m)			
	比例式控制策略	集中式控制策略	分散式控制策略	
$S_{WT1}$	10.86	10.58	10.60	
$S_{WT2}$	20.75	20.91	21.04	
$S_{WT3}$	16.76	16.68	16.68	
$S_{WT4}$	26.07	12.67	12.76	
$S_{WT5}$	14.22	14.21	14.19	
$S_{WT6}$	17.27	17.16	17.23	
$S_{WT7}$	18.53	18.63	18.57	
$S_{WT8}$	10.50	11.16	11.20	
总和	134.96	122.00	122.27	

载荷分别下降了53.60%和52.55%。图4为各控制 策略下机群 $S_{wT4}$ 传动轴上 $T_s$ 的时域曲线和雨流循环 计数结果。由图4(a)可知,在[78,100]s时间段,相 较于比例式控制策略,集中式控制策略和分散式控 制策略可有效减缓机群 $T_s$ 的波动状况。由图4(b) 可知,相较于比例式控制策略,虽然在集中式与分散 式控制策略下 $T_s$ 的雨流循环次数有所增加,但该载 荷的变化量也大幅减小,说明集中式与分散式控制 策略对风电场 $T_s$ 疲劳载荷有一定优化作用。



#### 图4 S<sub>WT4</sub>的*T*。仿真波形



由表2可知:在集中式控制策略和分散式控制 策略下,风电场为了降低由机群S<sub>wr4</sub>风速变化造成 的疲劳载荷,增加其有功出力的变化频率及幅度,造 成的尾流效应,进而导致下游机群S<sub>wr7</sub>、S<sub>wr8</sub>的等效 疲劳载荷略有增加,但下游增长的等效疲劳载荷较 机群S<sub>wr4</sub>减少的疲劳载荷小;机群S<sub>wr1</sub>、S<sub>wr3</sub>通过调节 有功出力参考值实现自身疲劳载荷优化的同时,综 合尾流效应影响,使下游机群S<sub>wr5</sub>、S<sub>wr6</sub>的疲劳载荷 略有降低,最终实现风电场整体*M*<sub>T</sub>等效疲劳载荷下 降。相比比例式控制策略,集中式控制策略和分散 式控制策略下的*M*<sub>T</sub>等效疲劳载荷分别下降了9.60% 和9.40%。其中,机群S<sub>wr4</sub>的等效疲劳载荷优化效果 最为显著,分别达到51.40%和51.05%。图5为各控 制策略下机群S<sub>wr4</sub>的 $M_{\rm T}$ 时域曲线与雨流循环计数 结果。由图5(a)可见,基于集中式控制策略和分散 式控制策略下机群S<sub>wr4</sub>的 $M_{\rm T}$ 变化幅度在[80,90] s 时间段下降明显,这说明机群S<sub>wr4</sub>等效疲劳载荷有 所减少。同样,根据图5(b)所示机群S<sub>wr4</sub>的 $M_{\rm T}$ 雨流 循环计数结果,虽然基于集中式控制策略和分散式 控制策略下机群S<sub>wr4</sub>的 $M_{\rm T}$ 雨流循环次数不发生改 变,但 $M_{\rm T}$ 的变化幅度下降明显,也可说明集中式控 制策略和分散式控制策略对机群塔筒具有优化疲劳 载荷的作用。





### Fig.5 Simulative waveforms of $M_{\rm T}$ for $S_{\rm WT4}$

为了说明分散式控制策略的效率优势,在此采 用与文献[13]相同的效率对比方法,通过累加单个 控制周期内中央控制器、本地控制器单机最长耗时 以及集中式控制策略计算时长,与分散式控制策略 的总时长进行比较,计算效果对比如表3所示。由 表可知:在分散式控制策略下,含80台容量为5 MW 的双馈风机的风电场控制效率可提升28.13%;并且 随着风机数量的增加,分散式控制策略计算效率提 升效果更为明显。

#### 表3 计算效果比较

Table 3 Comparison of calculation effect

风机 台数	集中式控制 策略计算 时长/s	中央控制 器计算 时长/s	单机最长 耗时/s	分散式控制 策略总 时长/s	效率提 升 / %
80	0.016	0.0051	0.0064	0.0115	28.13
160	0.033	0.0073	0.0070	0.0143	56.67
320	0.066	0.0086	0.0073	0.0159	75.91
640	0.186	0.0110	0.0073	0.0183	90.16

# 6 结论

本文针对风电场参与调频引起其风机疲劳载荷 增加的问题,提出一种考虑疲劳载荷的风电场分散 式频率响应策略。该策略可在维持风电场调频性能的同时,基于风机出力变化、场内尾流波动以及风机 增加疲劳载荷间的线性关系,协调各风机出力,减少 风电场调频时产生的疲劳损伤。并且由ATC将该 场站频率响应优化问题分解为主问题和多个子问 题,可在分流中央控制器计算压力的同时,维持调频 和载荷优化性能,为大型风电场频率响应过程的优 化提供方法。

为使分散式控制策略更具有实际工程价值,后 续将基于多台计算机并行 / 分布式计算的实验环境 研究分散式控制策略的具体部署、实现方式和有效 性,为大型风电场应用分散式控制策略提供硬件与 通信控制方面的参考。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

#### 参考文献:

 [1]杨俊友,王海鑫,白殿春,等.基于变流器联合控制的永磁风 电机组孤网调频方法[J].中国电机工程学报,2017,37(10): 2887-2895.

YANG Junyou, WANG Haixin, BAI Dianchun, et al. A frequency modulation method of wind turbines with permanent magnet synchronous generators based on combination control of converters for isolated grids[J]. Proceedings of the CSEE, 2017,37(10):2887-2895.

[2] 孙伟卿,刘唯,张婕. 高比例可再生能源背景下配电网动态重 构与移动储能协同优化[J]. 电力系统自动化,2021,45(19): 80-90.

SUN Weiqing, LIU Wei, ZHANG Jie. Collaborative optimization for dynamic reconfiguration of distribution network and mobile energy storage in background of high proportion of renewable energy[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021,45(19):80-90.

- [3] 杨涛,廖勇. 含双馈风电场的互联电力系统虚拟惯量与虚拟阻 尼协调控制方法[J]. 电力自动化设备,2020,40(11):92-98. YANG Tao,LIAO Yong. Coordinated control method of virtual inertia and virtual damping for interconnected power system with doubly-fed wind farm[J]. Electric Power Automation Equipment,2020,40(11):92-98.
- [4] 文云峰,杨伟峰,林晓煌.低惯量电力系统频率稳定分析与控制研究综述及展望[J].电力自动化设备,2020,40(9):211-222.
   WEN Yunfeng, YANG Weifeng, LIN Xiaohuang. Review and prospect of frequency stability analysis and control of low-inertia power systems[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020,40(9):211-222.
- [5] 李少林,秦世耀,王瑞明,等.大容量双馈风电机组虚拟惯量调频技术[J].电力自动化设备,2018,38(4):145-150,156.
   LI Shaolin,QIN Shiyao,WANG Ruiming, et al. Control strategy of virtual inertia frequency regulation for large capacity DFIG-based wind turbine[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018,38(4):145-150,156.
- [6] 赵洪山,李自立.风电机组轴系的剩余寿命预估[J].电力自动化设备,2020,40(6):70-75,99.
   ZHAO Hongshan, LI Zili. Prognosis of remaining lifetime of wind turbine unit shafting[J]. Electric Power Automation Equipment,2020,40(6):70-75,99.
- [7] XU Zhiwei, GENG Hua, CHU Bing. A hierarchical data-driven wind farm power optimization approach using stochastic pro-

jected simplex method [J / OL]. IEEE Transactions on Smart Grid. (2021-01-14)[2021-06-02]. https://ieeexplore.ieee.org / document / 9323069.

[8] 颜湘武,崔森,常文斐.考虑储能自适应调节的双馈感应发电机一次调频控制策略[J].电工技术学报,2016,36(5):1027-1039.
 YAN Xiangwu, CUI Sen, CHANG Wenfei. Primary frequency regulation control strategy of doubly-fed induction generator considering supercapacitor SOC feedback adaptive adjustment [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 36

62

- (5):1027-1039.
  [9] KNUDSEN T, BAK T, SVENSTRUP M. Survey of wind farm control power and fatigue optimization[J]. Wind Energy, 2015, 18(8):1333-1351.
- [10] 迟永宁,梁伟,张占奎,等.大规模海上风电输电与并网关键技术研究综述[J].中国电机工程学报,2016,36(14):3758-3771.
  CHI Yongning,LIANG Wei,ZHANG Zhankui, et al. An overview on key technologies regarding power transmission and grid integration of large scale offshore wind power[J]. Proceedings of the CSEE,2016,36(14):3758-3771.
- [11] ZHAO Haoran, WU Qiuwei, HUANG Shaojun. Fatigue load sensitivity-based optimal active power dispatch for wind farms [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2017, 8 (3): 1247-1259.
- [12] FAN Xinkai, CRISOSTOMI E, THOMOPULOS D, et al. An optimized decentralized power sharing strategy for wind farm de-loading[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36 (1):136-146.
- [13] HUANG Sheng, WU Qiuwei, BAO Weiyu, et al. Hierarchical optimal control for synthetic inertial response of wind farm based on alternating direction method of multipliers[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(1):25-35.
- [14] JENSEN N. A note on wind generator interaction[R]. Roskilde, Denmark: Risø National Laboratory, 1983.

- [15] WU Yuankang, YANG Wuhan, HU Yiliang, et al. Frequency regulation at a wind farm using time-varying inertia and droop controls[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2019,55(1):213-224.
- [16] JONKMAN J, BUTTERFIELD S, MUSIAL W, et al. Definition of a 5-MW reference wind turbine for offshore system development[R]. Lakewood, USA: National Renewable Energy Lab, 2009.
- [17] MANWELL J F, MCGOWAN J G, ROGERS A L. Wind energy explained[M]. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd., 2009:95-96.
- [18] 荣飞,李培瑶,周诗嘉.双馈风电场损耗最小化的有功无功协 调优化控制[J].电工技术学报,2020,35(3):520-529.
   RONG Fei,LI Peiyao,ZHOU Shijia. Coordinated optimal control with loss minimization for active and reactive power of doubly fed induction generator-based wind farm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2020,35(3):520-529.
- [19] KARGARIAN A, MOHAMMADI J, GUO Junyao, et al. Toward distributed / decentralized DC optimal power flow implementation in future electric power systems [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(4):2574-2594.

#### 作者简介:



杨伟峰(1996—),男,硕士研究生,主 要研究方向为风电机组调频控制策略设 计、低惯量电力系统稳定性分析与控制 (E-mail:weifengyang@hnu.edu.cn);

文云峰(1986—),男,副教授,博士研 究生导师,博士,通信作者,主要研究方向为 低惯量电力系统规划、运行与控制(E-mail: yunfeng.8681@163.com)。

(编辑 王欣行)

# Decentralized frequency response strategy for wind farm considering fatigue load

YANG Weifeng<sup>1</sup>, WEN Yunfeng<sup>1</sup>, LI Li<sup>2</sup>, WANG Kang<sup>2</sup>, CHI Fangde<sup>2</sup>, ZHANG Wuqi<sup>1</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Dispatch and Control Center of State Grid Shaanxi Electric Power Corporation, Xi'an 710049, China)

**Abstract**: The fatigue load of wind turbines increase when wind farms participate in power system frequency regulation, which leads to the increase of maintenance cost and decrease of operation benefit of wind farm. Therefore, a decentralized frequency response strategy for wind farm considering fatigue load is proposed, which can effectively reduce the fatigue damage of wind turbines while maintaining the frequency regulation performance for wind farm. To achieve this objection, firstly the structure of frequency regulation and active power control for wind farm are analyzed. The linear dynamic model of wind turbine is derived, and the single-unit frequency response model with load is constructed. Then, the analytic expression of fatigue load caused by wake flow fluctuation is derived based on Jensen's wake flow model, which makes the single-unit model extend the frequency response model of wind farm. To reduce the computational pressure of the central controller, a method of analytical target cascading is applied to form a decentralized frequency response strategy optimization model into the main problem (central controller) and seve-ral sub-problems(local controllers). Finally, the IEEE RTS-79 system is built in MATLAB / Simulink, which contains 80 doubly-fed wind turbines with single unit capacity of 5 MW, and the effectiveness of the proposed strategy is verified by simulation.

Key words: frequency regulation for wind farm; wind turbines; analytical target cascading; fatigue load; wake effect

附录 A

$$\begin{aligned}
\omega_{\rm r} &= \omega_{\rm r}^{0} + \Delta \omega_{\rm r} \\
\omega_{\rm g} &= \omega_{\rm g}^{0} + \Delta \omega_{\rm g} \\
\theta_{\rm s} &= \theta_{\rm s}^{0} + \Delta \theta_{\rm s} \\
\beta &= \beta^{0} + \Delta \beta
\end{aligned}$$
(A1)

式中:上标0表示参数对应的初始量。

$$J_{\rm r} \frac{\mathrm{d}\Delta\omega_{\rm r}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} \frac{\rho \pi R^2 v_{\rm w}^3}{\omega_{\rm r}^0} \left( \frac{\partial C_{\rm p}}{\partial \lambda} \frac{R}{v_{\rm w}} \Delta\omega_{\rm r} + \frac{\partial C_{\rm p}}{\partial \beta} \Delta\beta \right) - K_{\rm s} \Delta\theta_{\rm s} - D_{\rm s} \left( \Delta\omega_{\rm r} + \frac{\Delta\omega_{\rm g}}{\eta_{\rm g}} \right) + \varepsilon_{\rm r}$$
(A2)

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\theta_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}t} = \Delta\omega_{\mathrm{r}} - \frac{\Delta\omega_{\mathrm{g}}}{\eta_{\mathrm{g}}} + \varepsilon_{\mathrm{\theta}} \tag{A3}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\beta}{\mathrm{d}t} = \frac{k_{\mathrm{p}}}{T_{\mathrm{f}}} \Delta\omega_{\mathrm{g}} + \left(-\frac{k_{\mathrm{p}}}{T_{\mathrm{f}}} + k_{\mathrm{i}}\right) \Delta\omega_{\mathrm{f}} + \varepsilon_{\beta}$$
(A4)

$$J_{g} \frac{d\Delta\omega_{g}}{dt} = \left[-\frac{P_{e}^{0}}{\left(\omega_{g}^{0}\right)^{2}} - \frac{D_{s}}{\eta_{g}}\right]\Delta\omega_{g} + \left(K_{s}\Delta\theta_{s} - \frac{\Delta P_{e}}{\omega_{g}^{0}} + D_{s}\Delta\omega_{r}\right)\frac{1}{\eta_{g}} + \varepsilon_{g}$$
(A5)

$$\vec{\mathrm{x}} \div: \quad \varepsilon_{\mathrm{r}} = \frac{P_{\mathrm{m}}^{0}/\omega_{\mathrm{r}}^{0} - K_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}^{0} - D_{\mathrm{s}}\left(\omega_{\mathrm{r}}^{0} - \omega_{\mathrm{g}}^{0}/\eta_{\mathrm{g}}\right)}{J_{\mathrm{r}}}; \quad \varepsilon_{\mathrm{g}} = \frac{-P_{\mathrm{e}}^{0}/\omega_{\mathrm{g}}^{0} + \left[K_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}^{0} + D_{\mathrm{s}}\left(\omega_{\mathrm{r}}^{0} - \omega_{\mathrm{g}}^{0}/\eta_{\mathrm{g}}\right)\right]/\eta_{\mathrm{g}}}{J_{\mathrm{g}}\eta_{\mathrm{g}}};$$

$$\varepsilon_{\theta} = \omega_{\rm r}^0 - \omega_{\rm g}^0 / \eta_{\rm g}; \quad \varepsilon_{\beta} = k_{\rm i} \left( \omega_{\rm f}^0 - \omega_{\rm g_rate} \right)$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta P_{\mathrm{e}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{T_{\mathrm{k}}} \Delta P_{\mathrm{e}} + \frac{1}{T_{\mathrm{k}}} \Delta P_{\mathrm{ref}}$$
(A6)

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\omega_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{T_{\mathrm{f}}}\Delta\omega_{\mathrm{f}} + \frac{1}{T_{\mathrm{f}}}\Delta\omega_{\mathrm{g}} \tag{A7}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{d} = \mathbf{e}^{AT} \\ \boldsymbol{B}_{d} = \int_{0}^{T} \mathbf{e}^{At} \boldsymbol{B} dt \\ \boldsymbol{E}_{d} = \int_{0}^{T} \mathbf{e}^{At} \boldsymbol{E} dt \end{cases}$$
(A8)

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \frac{D_s}{\eta_g J_r} & \frac{-K_s}{J_r} & 0 & 0 & A_{16} \\ \frac{D_s}{J_g \eta_g} & A_{22} & \frac{K_s}{J_g \eta_g} & A_{24} & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{\eta_g} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_k} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_f} & 0 \\ 0 & \frac{K_p}{T_f} & 0 & 0 & \frac{-k_p}{T_f} + k_i & 0 \end{bmatrix}$$
(A9)

$$\vec{x} \oplus: A_{16} = \frac{\frac{0.5\pi R^2 v_w^3 C_p(\lambda, \beta) \rho}{\omega_r^0} \frac{\partial C_p}{\partial \beta}}{J_r}; A_{22} = \frac{-\frac{P_e^0}{(\omega_g^0)^2} - \frac{D_s}{\eta_g}}{J_g}; A_{24} = -\frac{1}{J_g \omega_g^0 \eta_g} \circ B = \left[0, 0, 0, \frac{1}{T_k}, 0, 0\right]^T$$
(A10)

$$\boldsymbol{E} = \left[\varepsilon_{\rm r}, \varepsilon_{\rm g}, \varepsilon_{\rm \theta}, 0, 0, \varepsilon_{\rm \beta}\right]^{\rm T}$$
(A11)

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_{\rm s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ C_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{36} \end{bmatrix}$$
(A12)

式中:  $C_{31} = 0.5\pi R^3 v_w^2 \rho H_t \frac{\partial C_t}{\partial \lambda}$ ;  $C_{36} = 0.5\pi R^2 v_w^2 \rho H_t \frac{\partial C_t}{\partial \beta}$ 。







附录 C

$$J_{\rm r} \frac{\mathrm{d}\Delta\omega_{\rm r}}{\mathrm{d}t} = 3 \frac{\rho \pi R^2}{\omega_{\rm r}^0} C_{\rm p}^0 v_{\rm w}^3 \sqrt{H} \frac{S_{\rm l}}{S_{\rm 2}} \frac{\Delta a}{\left(1 + 2KL/D\right)^2} \tag{C1}$$

$$\Delta M_{\rm T} = 2\pi R^2 C_{\rm t}^0 \rho H_{\rm t} v_{\rm w}^2 \sqrt{H} \frac{S_{\rm t}}{S_2} \frac{\Delta a}{\left(1 + 2KL/D\right)^2}$$
(C2)

式(C1)、(C2)中: Δa 高次项被简化, 且除 Δa 外, 其余参数为下游受尾流影响风机的运行参数。

$$\boldsymbol{X}' = \left[\Delta\omega_{\rm r}, \Delta\omega_{\rm g}, \Delta\theta_{\rm s}, \Delta P_{\rm e}, \Delta\omega_{\rm f}, \Delta\beta, \Delta a\right]^{\rm I}$$
(C3)

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{d}' = e^{\mathbf{A}'T} \\ \mathbf{B}_{d}' = \int_{0}^{T} e^{\mathbf{A}'t} \mathbf{B}' dt \\ \mathbf{E}_{d}' = \int_{0}^{T} e^{\mathbf{A}'t} \mathbf{E}' dt \end{cases}$$
(C4)

$$\begin{cases} \mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & A_{17} \\ A_{21}' & A_{22}' \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{21}' = \begin{bmatrix} A_{71}, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{22}' = A_{76} \end{cases}$$
(C5)

$$\vec{\mathbf{x}}_{\mathbf{t}} \stackrel{\text{tr}}{=} \frac{\partial a}{\partial \lambda} \frac{R}{v_{w}}; \quad A_{76} = \frac{\partial a}{\partial \beta}; \quad A_{17} = \frac{\rho \pi R^{2}}{\omega_{r}^{0}} C_{p}^{0} v_{w}^{3} \sqrt{H} \frac{3S_{1}}{J_{r}S_{2} \left(1 + 2KL/D\right)^{2}} \circ$$
$$\boldsymbol{B}' = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, \frac{1}{T_{k}}, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \qquad (C6)$$
$$\boldsymbol{E}' = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r}, \varepsilon_{g}, \varepsilon_{\theta}, 0, 0, \varepsilon_{\beta}, 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \qquad (C7)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{C}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} , \boldsymbol{C}'_{12} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{C}'_{12} = \begin{bmatrix} 0, 0, \boldsymbol{C}_{37} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(C8)

$$\vec{\mathbf{x}} \oplus: \ C_{37} = 2\pi R^2 C_t^0 \rho H_t v_w^2 \sqrt{H} \frac{S_1}{S_2} \frac{\Delta a}{\left(1 + 2KL/D\right)^2} \circ \left\{ \begin{aligned} & X_w = \left[X_1', X_2', \cdots, X_N'\right]^T \\ & u_w = \left[u_1, u_2, \cdots, u_N\right]^T \\ & A_w = \text{diag} \left[A_{d,1}', A_{d,2}', \cdots, A_{d,N}'\right] \\ & B_w = \text{diag} \left[B_{d,1}', B_{d,2}', \cdots, B_{d,N}'\right] \\ & C_w = \text{diag} \left[C_1', C_2', \cdots, C_N'\right] \\ & Y_w = \left[Y_1, Y_2, \cdots, Y_N\right]^T \end{aligned}$$
(C9)

式中: A'<sub>d,1</sub> 指第1台风机离散状态空间方程中的系统状态系数矩阵。

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{eq} = \operatorname{diag} \left[ \boldsymbol{A}_{eq,1}, \boldsymbol{A}_{eq,2}, \cdots, \boldsymbol{A}_{eq,N_{p}} \right] \\ \boldsymbol{b}_{eq} = \left[ \boldsymbol{b}_{eq,1}, \boldsymbol{b}_{eq,2}, \cdots, \boldsymbol{b}_{eq,N_{p}} \right]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{eq,q} = \boldsymbol{E}_{N \times 1} \quad q = 1, 2, \cdots, N_{p} \\ \boldsymbol{b}_{eq,m} = \Delta P_{\text{farm}} \quad m = 1, 2, \cdots, N_{p} \end{cases}$$
(C10)























Fig.D4 Active power output reference values of each wind turbine group with centralized control scheme





Fig.D5 Active power output reference values of each wind turbine group with decentralized control scheme