基于广义特征根的MMC-HVDC系统高频振荡分析及抑制策略

张 芳，姚文鹏，张紫菁
（天津大学 智能电网教育部重点实验室，天津 300072）

摘要：基于模块化多电平换流器的高压直流输电（MMC-HVDC）的长链路延时引发的高频振荡严重威胁了电力系统的安全稳定运行。采用时滞稳定裕度衡量MMC-HVDC系统的高频稳定性，建立了MMC-HVDC时滞系统的高阶状态空间模型，应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法直接求解MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度，并分析了控制器参数对系统高频稳定性的影响。将MMC-HVDC系统链路延时对系统高频稳定性的影响等效为外部干扰，通过混合灵敏度优化设计了基于H_∞鲁棒控制的MMC-HVDC系统高频振荡抑制策略。通过MMC-HVDC电磁暂态仿真，验证了基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法求解系统时滞稳定裕度的有效性以及基于H_∞鲁棒控制的高频振荡抑制策略的优越性，为研究MMC-HVDC系统的高频振荡及抑制策略提供了一种新思路。

关键词：MMC-HVDC；高频振荡；广义特征根；H_∞鲁棒控制；振荡抑制
中图分类号：TM 712；TM 721.1 **文献标志码**：A DOI：10.16081/j.epae.202206018

0 引言

模块化多电平换流器（MMC）凭借其输出谐波含量少、模块化程度高、开关频率低等优势在柔性直流输电领域得到了广泛应用[1-2]。随着基于模块化多电平换流器的高压直流输电（MMC-HVDC）工程的推进，国内外发生了多起由链路延时引发的高频振荡事故，例如2017年鲁西直流输电工程发生了1 270 Hz的高频振荡，2018年渝鄂背靠背柔性直流输电工程在空载加压调试中，渝、鄂两侧分别发生了700 Hz和1.8 kHz的高频振荡事故[3-5]。MMC-HVDC系统的高频振荡进一步降低了电力电子器件的使用寿命，对交流电网造成了严重冲击。因此，研究MMC-HVDC系统的高频振荡机理和振荡抑制策略具有重要的理论和工程意义。

目前，相关研究学者们主要采用阻抗分析法和特征值法解释MMC-HVDC系统的高频振荡机理。文献[3-4]基于鲁西直流输电工程，建立了仅考虑电流内环控制和链路延时的MMC简化阻抗模型，采用波特图解释了MMC-HVDC系统的高频振荡事故。文献[5]基于渝鄂背靠背柔性直流输电工程，建立了dq坐标系下MMC的详细阻抗模型，采用波特图解释了渝、鄂两侧不同频次的高频振荡事故。特征值法需要建立MMC-HVDC系统的状态空间模型，但是链路延时使得特征方程为超越方程，故无法通过传统方式直接求解雅可比矩阵的特征值。文献[6-7]应用Pade近似等效MMC-HVDC系统的链路延时，将链路延时这一超越项用有理多项式表示，将超越方程转化为普通的有理方程，通过特征值轨迹分析了控制器参数和链路延时对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。文献[8]采用了Rekasius变换处理MMC-HVDC系统的延时项，根据劳斯表寻找系统的纯虚特征根，应用纯虚特征根对应的时滞稳定裕度分析了电流内环控制、锁相环（PLL）控制以及功率传输水平对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。基于上述研究可知，特征值法需要对延时环节进行等效变换。Pade近似为一种有差变换，而且其会额外引入状态方程，增加模型的复杂程度，额外引入的状态方程产生的新特征根可能会与原有特征根产生交互影响；Rekasius变换在寻找纯虚特征根的过程中需要频繁计算劳斯表，计算量较大。MMC-HVDC系统可视为单一时滞系统，可以采用时滞系统稳定性分析方法研究MMC-HVDC时滞系统的稳定性。文献[9]提出的基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法，无需对延时项进行处理，通过构造矩阵、求解广义特征根直接求解系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，避免了寻找临界值的反复迭代过程，具有较强的应用性，但是尚未应用到MMC-HVDC系统的高频稳定性分析中。

MMC-HVDC系统的高频振荡抑制策略一般通过改进电流内环控制策略实现换流站的阻抗重塑，达到抑制系统高频振荡的目的。文献[3]提出在电网电压前馈回路串联低通滤波器的高频振荡抑制策略，但是并未给出滤波器的参数选取依据。文献[10]在电网电压前馈回路串入非线性滤波器，改善了渝鄂背靠背柔性直流输电工程在中高频段的阻抗

收稿日期：2022-01-07；**修回日期**：2022-04-24
在线出版日期：2022-07-01

特性，有效降低了MMC-HVDC系统的高频振荡风险。文献[11]将公共耦合点(PCC)电压经过三阶滤波器滤波后反馈回电流内环控制回路中，矫正了MMC换流站阻抗在多个频段的相位裕度，有效抑制了系统的高频振荡。MMC-HVDC系统发生高频振荡时，dq轴电流呈现出直流分量叠加特定频率高频分量的形式，其中高频分量是由系统的链路延时引起的，因此可将链路延时对系统的影响等效为一个外部输入干扰，抑制干扰即抑制MMC-HVDC系统的高频振荡。H_∞鲁棒控制器具有良好的干扰抑制能力和鲁棒稳定性，在单相脉宽调制整流器[12]、光伏发电系统[13]、微电网频率控制[14-15]、直流配电系统[16]等领域得到了广泛应用并表现出良好的控制效果。

本文从MMC-HVDC系统的时滞属性出发，建立了MMC-HVDC时滞系统的状态空间模型，应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法分析MMC-HVDC系统的高频稳定性，该方法可直接求解MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度及对应的临界振荡频率，避免了不断改变延时寻找时滞稳定裕度的反复迭代过程。将MMC-HVDC链路延时对系统的影响等效为外部干扰，提出了基于H_∞鲁棒控制的MMC-HVDC系统高频振荡抑制策略。本文所做工作为研究柔性直流输电工程的高频振荡和振荡抑制策略提供了新思路。

1　MMC-HVDC系统模型及控制

MMC-HVDC系统的主电路及控制见附录A图A1。MMC-HVDC系统换流站级控制采用dq同步旋转坐标系下的双闭环比例积分(PI)控制策略，环流抑制采用PI控制策略。实际柔性直流输电工程中，电气量采样、极控、阀控、调制、子模块开关动作等延时环节共同组成了MMC-HVDC系统的总链路延时[3]。借鉴现有MMC-HVDC时滞系统总链路延时的处理方式，本文用G_d环节模拟MMC-HVDC系统的总链路延时[7-8]，且$G_\mathrm{d}=\mathrm{e}^{-\tau s}$，其中$\tau$为系统总链路延时。本文重点研究整流站与交流系统之间的高频振荡，故假设逆变站采用定直流电压控制使直流电压保持恒定。

1.1　MMC换流站模型

MMC换流站单相拓扑结构见附录A图A2。根据图A1和图A2建立了换流站桥臂等效电容电压、桥臂环流和交流电流的微分状态方程，见附录A式(A1)—(A10)。

1.2　MMC控制系统模型

由现有研究可知，功率外环控制几乎不影响MMC-HVDC系统的高频振荡[3-8]。因此，本文中控制器的建模包含电流内环、环流抑制和锁相环控制器。

1)电流内环控制：d、q轴电流内环PI控制器各引入1个状态变量x_{ind}和x_{inq}。对应的微分状态方程为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_{ind}}{\mathrm{d}t}=i_{d\mathrm{ref}}-i_{cd}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}x_{inq}}{\mathrm{d}t}=i_{q\mathrm{ref}}-i_{cq}\end{cases}\tag{1}$$

d、q轴电流内环控制代数方程为：

$$\begin{cases}u_{vd}=G_\mathrm{d}\left[u_{td}+\omega_0 L_{\mathrm{eq}}i_{cq}-k_{\mathrm{pind}}\left(i_{d\mathrm{ref}}-i_{cd}\right)-k_{\mathrm{iind}}x_{ind}\right]\\u_{vq}=G_\mathrm{d}\left[u_{tq}-\omega_0 L_{\mathrm{eq}}i_{cd}-k_{\mathrm{pinq}}\left(i_{q\mathrm{ref}}-i_{cq}\right)-k_{\mathrm{iinq}}x_{inq}\right]\end{cases}\tag{2}$$

式中：i_{cd}、i_{cq}分别为MMC交流电流的d、q轴分量；$i_{d\mathrm{ref}}$、$i_{q\mathrm{ref}}$分别为MMC交流电流d、q轴分量的参考值；u_{vd}、u_{vq}分别为调制点电压的d、q轴分量；u_{td}、u_{tq}分别为PCC电压的d、q轴分量；k_{pind}、k_{iind}分别为d轴电流内环PI控制器的比例系数、积分系数；k_{pinq}、k_{iinq}分别为q轴电流内环PI控制器的比例系数、积分系数；ω_0为额定角频率。

2)环流抑制：d、q轴环流抑制各引入1个状态变量x_{cird}和x_{cirq}。对应的微分状态方程为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_{cird}}{\mathrm{d}t}=i_{cird\mathrm{ref}}-i_{cird}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}x_{cirq}}{\mathrm{d}t}=i_{cirq\mathrm{ref}}-i_{cirq}\end{cases}\tag{3}$$

d、q轴环流抑制代数方程为：

$$\begin{cases}u_{cird}=G_\mathrm{d}\left[k_{\mathrm{pcird}}\left(i_{cird\mathrm{ref}}-i_{cird}\right)+k_{\mathrm{icird}}x_{cird}-2\omega_0 L_\mathrm{a}i_{cirq}\right]\\u_{cirq}=G_\mathrm{d}\left[k_{\mathrm{pcirq}}\left(i_{cirq\mathrm{ref}}-i_{cirq}\right)+k_{\mathrm{icirq}}x_{cirq}+2\omega_0 L_\mathrm{a}i_{cird}\right]\end{cases}\tag{4}$$

式中：$i_{cird\mathrm{ref}}$、$i_{cirq\mathrm{ref}}$分别为d、q轴环流抑制参考值；i_{cird}、i_{cirq}分别为2倍频桥臂环流的d、q轴分量；u_{cird}、u_{cirq}分别为环流抑制修正量的d、q轴分量；k_{pcird}、k_{icird}分别为d轴环流抑制PI控制器的比例系数、积分系数；k_{pcirq}、k_{icirq}分别为q轴环流抑制PI控制器的比例系数、积分系数；L_a为桥臂电感。

3)锁相环控制：锁相环采用经典的PCC d轴电压定向的控制结构，见附录A图A3。

锁相环包含2个积分环节，引入2个状态变量x_{utq}和x_{pll}。对应的微分状态方程为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_{utq}}{\mathrm{d}t}=u_{tq}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}x_{\mathrm{pll}}}{\mathrm{d}t}=k_{\mathrm{ppll}}u_{tq}+k_{\mathrm{ipll}}x_{utq}\end{cases}\tag{5}$$

式中：k_{ppll}和k_{ipll}分别为锁相环PI控制器的比例系数和积分系数。

锁相环代数方程为：

$$\omega_2=\omega_0+k_{\mathrm{ppll}}u_{tq}+k_{\mathrm{ipll}}x_{utq}\tag{6}$$

式中：ω_2为锁相环输出的角频率。

1.3　交流系统模型

实际柔性直流输电工程运行工况的变化可能会

导致交流系统呈现如附录A图A1所示的形式[3]。

对交流系统阻感支路列写微分状态方程并将其变换到dq坐标系下，如式(7)所示。

$$\begin{cases} L_s\dfrac{\mathrm{d}i_{L1d}}{\mathrm{d}t}=u_{csd}+i_{cd}R_c-i_{L1d}\left(R_c+R_s\right)+\omega_2 L_s i_{L1q} \\ L_s\dfrac{\mathrm{d}i_{L1q}}{\mathrm{d}t}=u_{csq}+i_{cq}R_c-i_{L1q}\left(R_c+R_s\right)-\omega_2 L_s i_{L1d} \end{cases} \tag{7}$$

式中：u_{csd}、u_{csq}分别为阻容支路中电容电压的d、q轴分量；i_{L1d}、i_{L1q}分别为阻感支路电流的d、q轴分量；R_c为交流系统阻容支路电阻；R_s、L_s分别为交流系统阻感支路电阻、电感。

对交流系统阻容支路列写微分状态方程并将其变换到dq坐标系下，如式(8)所示。

$$\begin{cases} C_s\dfrac{\mathrm{d}u_{csd}}{\mathrm{d}t}=i_{cd}-i_{L1d}+\omega_2 C_s u_{csq} \\ C_s\dfrac{\mathrm{d}u_{csq}}{\mathrm{d}t}=i_{cq}-i_{L1q}-\omega_2 C_s u_{csd} \end{cases} \tag{8}$$

式中：C_s为交流系统阻容支路电容。

交流系统电压和PCC电压在dq坐标系下的数学关系如式(9)所示。

$$\begin{cases} u_{sd}=u_{csd}+(i_{cd}-i_{L1d})R_c+u_{td} \\ u_{sq}=u_{csq}+(i_{cq}-i_{L1q})R_c+u_{tq} \end{cases} \tag{9}$$

式中：u_{sd}、u_{sq}分别为交流系统电网电压的d、q轴分量。

1.4 MMC-HVDC时滞系统模型的小扰动数学模型

综合1.2节和1.3节列写的微分-代数方程，可将MMC-HVDC时滞系统的数学模型整合如下：

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}_\tau\right) \\ 0=\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_\tau,\boldsymbol{y},\boldsymbol{y}_\tau\right) \end{cases} \tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{x}=[u_{cp0},u_{cpd},u_{cpq},u_{cpd2},u_{cpq2},i_{cd},i_{cq},i_{cir0},i_{cird},i_{cirq},x_{ind},x_{inq},x_{utq},x_{pll},x_{cird},x_{cirq},i_{L1d},i_{L1q},u_{csd},u_{csq}]^{\mathrm{T}}$，为由状态变量构成的向量，$\boldsymbol{y}=[u_{vd},u_{vq},u_{cird},u_{cirq},\omega_2,u_{sd},u_{sq},u_{td},u_{tq}]^{\mathrm{T}}$，为由代数变量构成的向量，向量$\boldsymbol{x}$和$\boldsymbol{y}$中各变量的含义见上文和附录A；$\boldsymbol{x}_\tau$和$\boldsymbol{y}_\tau$分别为由时滞状态变量构成的向量和时滞代数变量构成的向量，即$\boldsymbol{x}_\tau=\boldsymbol{x}(t-\tau)$，$\boldsymbol{y}_\tau=\boldsymbol{y}(t-\tau)$。

通过代数方程消去微分状态方程中的代数变量，得到仅包含状态变量的微分方程组，如式(11)所示。

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}(t-\tau)\right) \tag{11}$$

在系统平衡点处线性化，得到MMC-HVDC时滞系统的小扰动微分状态方程组，如式(12)所示。

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}_0\Delta\boldsymbol{x}+\boldsymbol{A}_1\Delta\boldsymbol{x}(t-\tau) \tag{12}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{x}$为状态变量$\boldsymbol{x}$的小扰动量；$\boldsymbol{A}_0$和$\boldsymbol{A}_1$分别为无时滞状态变量的雅可比矩阵和时滞状态变量的雅可比矩阵。

2 基于广义特征根的MMC-HVDC时滞系统稳定性分析方法

2.1 基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法

式(12)的特征方程如式(13)所示。

$$\det\left(s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_0-\boldsymbol{A}_1\mathrm{e}^{-\tau s}\right)=0 \tag{13}$$

式中：det(·)表示计算矩阵(·)的行列式；$\boldsymbol{I}$为单位矩阵。

根据特征根位于复平面的位置，可判断系统的稳定性。不断调整延时时间τ的值，直至系统存在从复平面左半平面穿越虚轴的特征根，此时的延时时间即为MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度。但是特征方程中的延时项$\mathrm{e}^{-\tau s}$为超越项，无法直接求解特征方程的特征根。本文采用文献[9]提出的基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法，通过构造矩阵、求解广义特征根直接得到MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度，避免不断改变延时τ寻找时滞稳定裕度的反复迭代过程。

以式(14)所示的线性定常时滞系统为例，基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法简述如下。

$$\dot{\boldsymbol{x}}'(t)=\boldsymbol{A}_0'\boldsymbol{x}'(t)+\sum_{k=1}^{m}\boldsymbol{A}_k'\boldsymbol{x}'(t-k\tau) \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{A}_0'$和$\boldsymbol{A}_k'(k=1,2,\cdots,m)$分别为线性定常时滞系统的无时滞状态变量和时滞状态变量的系数矩阵，m为延时个数；$\boldsymbol{x}'$为n维状态向量。

假设式(14)在$\tau=0$时稳定，定义矩阵$\boldsymbol{B}_l\in\mathbf{R}^{n^2\times n^2}$，$l=0,1,\cdots,2m$，其中$\boldsymbol{B}_m=\boldsymbol{A}_0'\oplus\boldsymbol{A}_0'^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{B}_{m-k}=\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{A}_k'^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{B}_{m+k}=\boldsymbol{A}_k'\otimes\boldsymbol{I}(k=1,2,\cdots,m,\oplus、\otimes$分别表示克罗内克和运算、克罗内克积运算)，$n$为该时滞系统微分状态方程的维数[9]。

构造矩阵$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$，如式(15)所示。

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{B}_{2m} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{V}=\begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{I} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{B}_0 & -\boldsymbol{B}_1 & \cdots & -\boldsymbol{B}_{2m-1} \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{U}\in\mathbf{R}^{2mn^2\times 2mn^2}$，$\boldsymbol{V}\in\mathbf{R}^{2mn^2\times 2mn^2}$，矩阵对$(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})$的广义特征根集合为$\sigma(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})=\left\{\lambda_i(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})\middle|i=1,2,\cdots,q;q=\mathrm{rank}(\boldsymbol{U})\right\}$，其中rank(·)表示求矩阵(·)的秩。设$C$表示复数集合，当满足下述条件之一时，系统是时滞独立稳定的，即时滞稳定裕度$\tau_{wd}=+\infty$。

1) $\sigma(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})\cap\partial D=\varnothing$，其中$D=\{s\,|\,s\in C,|s|<1\}$，$\partial$表示边界。

2) 记$\Lambda=\sigma(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})\cap\partial D=\left\{\left|z_i\right|=1\middle|i=1,2,\cdots,f;f\leqslant q\right\}$，其中$f$为广义特征根中模为1的广义特征根的数量。若$\Lambda\neq\varnothing$，即系统存在模为1的广义特征根$z_i$，但是对于所有的$z_i\in\Lambda$均满足$\xi\left(\sum_{k=0}^{m}\boldsymbol{A}_k'z_i^k\right)=\{0\}$，$\xi(\cdot)$为由矩阵

(·)的所有特征根组成的集合。

当上述2个条件均不满足时，系统是时滞依赖稳定的。由于线性定常均匀时滞系统的特征方程系数均为实数，特征根满足共轭对称性，故只需寻找位于虚轴正半轴的纯虚特征根，根据式(16)求解时滞系统的时滞稳定裕度。

$$\tau_{\mathrm{wd}}=\min_{1\leqslant i\leqslant 2mn^2}\frac{\theta_i}{\tilde{\omega}_i} \tag{16}$$

式中：$\theta_i\in[0,2\pi]$，且$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_i}\in\sigma(\boldsymbol{V},\boldsymbol{U})$；$\tilde{\omega}_i\in\mathbf{R}^+$（$\mathbf{R}^+$为正实数集），且$\mathrm{j}\tilde{\omega}_i\in\xi\left(\sum_{k=0}^{m}\boldsymbol{A}_k'\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\theta_i}\right)$。

本文从MMC-HVDC系统的时滞属性出发，应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法计算MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度，该方法的证明过程见文献[9]。

2.2　MMC-HVDC系统时滞稳定裕度的求解步骤

根据MMC-HVDC系统的状态空间模型和基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度求解步骤见附录A图A4。

本文应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法计算MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度，无需对延时项$\mathrm{e}^{-\tau s}$进行变换处理，直接求得MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，避免了寻找时滞稳定裕度的反复迭代过程，为MMC-HVDC时滞系统的高频稳定性分析提供了一种新思路。

3　MMC-HVDC时滞系统高频振荡影响因素分析

3.1　MMC-HVDC系统参数

在PSCAD／EMTDC仿真平台中搭建了如附录A图A1所示的双端MMC-HVDC系统电磁暂态仿真模型，其中系统参数和控制器参数分别见附录B表B1和表B2。

下面按照2.2节中的时滞稳定裕度求解步骤计算控制器参数变化时MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，进而分析控制器参数对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。

3.2　电流内环控制参数对系统高频稳定性的影响

3.2.1　电流内环比例系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中的电流内环比例系数，以0.5为步长，从5增大到8，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率如表1所示。由表可见，随着电流内环比例系数的增大，系统的时滞稳定裕度显著降低，临界振荡频率显著增大。由此可知，电流内环比例系数对MMC-HVDC系统的高频稳定性有着重要影响，增大电流内环比例系数将显著增加MMC-HVDC系统高频振荡风险，因此实际柔性直流输电工程中应尽可能采用较小的电流内环比例系数。

表1　电流内环比例系数对时滞稳定裕度的影响

Table 1　Influence of proportional coefficient of current inner loop on time-delay stability margin

比例系数	τ=0是否稳定	时滞稳定裕度／μs	临界振荡频率／Hz
5	稳定	347.90	927.63
5.5	稳定	319.59	960.06
6	稳定	295.37	999.08
6.5	稳定	274.47	1 043.96
7	稳定	256.26	1 093.67
7.5	稳定	240.25	1 147.11
8	稳定	226.07	1 203.38

3.2.2　电流内环积分系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中的电流内环积分系数，以10为步长，从125增大到185，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率见附录B表B3。由表可见，变化电流内环积分系数基本不改变MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，因此在工程中可忽略其对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。

3.3　锁相环参数对系统高频稳定性的影响

3.3.1　锁相环比例系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中锁相环的比例系数，以5为步长，从50逐渐减小到20，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率见附录B表B4。由表可见，变化锁相环比例系数基本不改变MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，因此在工程中可忽略其对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。

3.3.2　锁相环积分系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中锁相环的积分系数，以10为步长，从100逐渐增大到160，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率见附录B表B5。由表可见，锁相环积分系数由100增大到160，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率几乎不发生变化。

综上，锁相环控制参数几乎不影响MMC-HVDC系统的高频稳定性。

3.4　环流抑制参数对系统高频稳定性的影响

3.4.1　环流抑制比例系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中的环流抑制比例系数，以0.2为步长，从0.2逐渐增大到1.4，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率见附录B表B6。由表可见，环流抑制比例系数的变化基本不改变MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率，因此在工程中可忽略环流抑制比例系数对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响。

3.4.2　环流抑制积分系数对系统高频稳定性的影响

仅改变表B2中的环流抑制积分系数，以10为

步长，从10逐渐增大到70，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率见附录B表B7。由表可见，环流抑制积分系数由10增大到70，MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度和临界振荡频率几乎不发生变化。

综上，环流抑制参数几乎不影响MMC-HVDC系统的高频稳定性。

4 基于H_∞鲁棒控制的高频振荡抑制策略

由第3节的分析可知，电流内环比例系数对MMC-HVDC系统的高频稳定性有重要影响，改进电流内环控制是提高系统高频稳定性的有效方法，下文进一步分析电流内环控制。

由附录A图A1可知，以d轴控制为例，MMC换流站接收到的控制信号u_{vd}与电流内环PI控制器生成的控制信号u_{vdref}满足如下关系：

$$u_{vd}=e^{-\tau s}u_{vdref}=u_{vdref}+u_{vdref}\left(e^{-\tau s}-1\right) \tag{17}$$

由式(17)可知，电流内环控制框图可等效为如图1所示的形式。图中：$G(s)=1/\left(sL_{eq}+R_{eq}\right)$为MMC忽略电感交叉耦合项后的数学模型；稳定运行时，$\omega_0=\omega_2$。

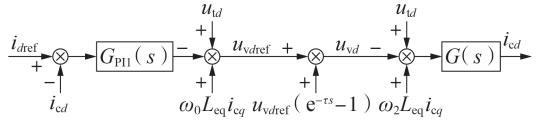

图1 电流内环等效控制框图1

Fig.1 Equivalent control block diagram 1 of current inner loop

根据自动控制理论，可将$u_{vdref}\left(e^{-\tau s}-1\right)$移动到输出端，图1进一步等效为图2。

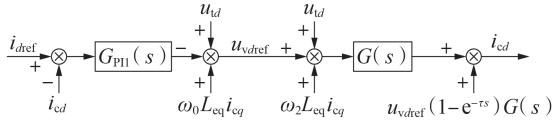

图2 电流内环等效控制框图2

Fig.2 Equivalent control block diagram 2 of current inner loop

将电流内环控制与MMC数学模型中的电网电压前馈项和电感交叉耦合项对消，将图2简化为图3。图中，$d=u_{vdref}\left(1-e^{-\tau s}\right)G(s)$，表征了由链路延时对MMC-HVDC系统输出电流造成的扰动。

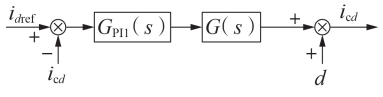

图3 电流内环等效控制框图3

Fig.3 Equivalent control block diagram 3 of current inner loop

由图3可知，MMC-HVDC系统可视为带有扰动的系统。当MMC-HVDC系统链路延时较小时，在PI控制器的作用下，由链路延时引入的扰动对输出电流的影响较小，MMC-HVDC系统能够稳定运行；随着链路延时的增大，在PI控制器的作用下，扰动d对输出电流的影响也随之增大，MMC-HVDC系统无法稳定运行，发生高频振荡。

基于上述分析可知，抑制MMC-HVDC系统的高频振荡可通过抑制扰动d实现。PI控制器无法抑制外部扰动d对输出电流的影响，故高频振荡风险较大；H_∞鲁棒控制器具有良好的扰动抑制能力，在设计阶段，充分考虑被控对象的模型误差、扰动信号以及高频摄动等不确定性因素，将性能指标转化为函数范数的约束条件设计H_∞鲁棒控制器，可使系统达到期望的动态品质和稳态性能[17]。因此，本文在电流内环控制中引入H_∞鲁棒控制器，抑制MMC-HVDC系统由链路延时引发的高频振荡。

4.1 标准H_∞控制

标准H_∞控制问题如图4所示。图中：$\boldsymbol{w}$为外部输入信号(或为了设计而定义的辅助信号)；$\boldsymbol{u}$为控制信号；$\boldsymbol{y}$为控制器的输入信号；$\boldsymbol{z}$为被控输出信号，表征了其对系统的性能要求；$G_g(s)$为广义被控对象，包括实际被控对象和加权函数W_1—W_3；$K(s)$为待设计的H_∞控制器[17-18]。

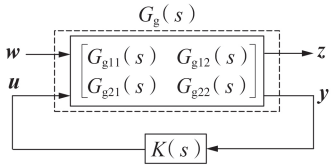

图4 标准H_∞控制问题

Fig.4 Standard H_∞ control problem

广义被控对象$G_g(s)$与各输入、输出量的关系为：

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix}=G_g(s)\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}\\ \boldsymbol{u}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G_{g11}(s) & G_{g12}(s)\\ G_{g21}(s) & G_{g22}(s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}\\ \boldsymbol{u}\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{u}=K(s)\boldsymbol{y}\end{cases} \tag{18}$$

由式(18)可知，从外部输入$\boldsymbol{w}$到被控输出$\boldsymbol{z}$的闭环传递函数$T_{zw}(s)$为：

$$T_{zw}(s)=G_{g11}(s)+G_{g12}(s)K(s)\left(I-G_{g22}(s)K(s)\right)^{-1}G_{g21}(s) \tag{19}$$

H_∞标准设计问题可总结为，设计控制器$K(s)$，满足以下2个条件[15,17]。

条件1：广义被控对象和控制器$K(s)$组成的闭环系统稳定。

条件2：T_{zw}的无穷范数满足$\|T_{zw}\|_\infty<1$。

4.2　电流内环控制的H_∞鲁棒控制器设计

为改善系统对参考输入信号的跟踪能力以及对外部干扰的抑制能力，使系统获得较好的静态和动态性能，应用混合灵敏度设计方法求解H_∞鲁棒控制器。混合灵敏度问题包含了灵敏度极小化问题和鲁棒镇定问题，设计的控制器$K(s)$能够使系统闭环稳定，并且同时考虑了控制器的跟踪性能、扰动抑制性能和鲁棒稳定性，因此可利用H_∞鲁棒控制器$K(s)$抑制MMC-HVDC系统由链路延时引入的干扰，即图3中的扰动d，从而达到抑制系统高频振荡的目的。

MMC-HVDC系统d、q轴控制具有对称性，因此以d轴为例设计H_∞鲁棒控制器，此时系统为单输入单输出系统。本文将图3中的电流内环PI控制器$G_{\mathrm{PI1}}(s)$和MMC数学模型$G(s)$视为等效被控对象$G_{\mathrm{eq}}(s)$，则$G_{\mathrm{eq}}(s)$表达式如式(20)所示，式中R_{eq}、L_{eq}的含义见附录A。

$$G_{\mathrm{eq}}(s)=\frac{k_{\mathrm{pind}}s+k_{\mathrm{iind}}}{L_{\mathrm{eq}}s^2+R_{\mathrm{eq}}s}=\frac{k_{\mathrm{pind}}/L_{\mathrm{eq}}s+k_{\mathrm{iind}}/L_{\mathrm{eq}}}{\left(s+R_{\mathrm{eq}}/L_{\mathrm{eq}}\right)s} \tag{20}$$

d轴电流内环控制的混合灵敏度问题的数学模型如图5所示。图中：r为d轴电流内环控制的参考输入信号$i_{d\mathrm{ref}}$；e_d为d轴跟踪误差信号；u_d为d轴控制信号；y_{m}为d轴电流内环控制的输出信号i_{cd}；$z=[z_1,z_2,z_3]^{\mathrm{T}}$为系统的被控输出信号。

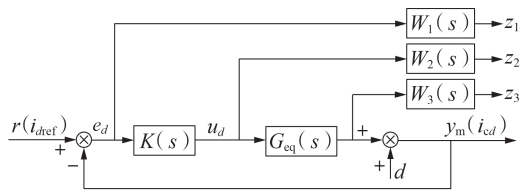

图5　d轴电流内环控制的混合灵敏度问题的模型

Fig.5　Mixed sensitivity problem model of d-axis current inner loop control

由图5可得灵敏度函数S、输入灵敏度函数R和补灵敏度函数T，如式(21)所示。

$$\begin{cases}S=e_d r^{-1}=y_{\mathrm{m}}d^{-1}=\left(1+G_{\mathrm{eq}}(s)K(s)\right)^{-1}\\ R=u_d r^{-1}=K(s)\left(1+G_{\mathrm{eq}}(s)K(s)\right)^{-1}\\ T=y_{\mathrm{m}}r^{-1}=G_{\mathrm{eq}}(s)K(s)\left(1+G_{\mathrm{eq}}(s)K(s)\right)^{-1}\end{cases} \tag{21}$$

由式(21)可知：灵敏度函数S既是参考信号r到跟踪误差信号e_d的传递函数也是干扰信号d到输出信号y_{m}的传递函数，反映了系统的跟踪能力和干扰抑制能力；R是参考信号r到控制信号u_d的传递函数，反映了系统控制信号的大小；T是参考信号r到输出信号y_{m}的传递函数，反映了系统的鲁棒稳定性。

由图5和式(21)可求得由参考输入信号r到被控输出信号z的传递函数如下：

$$\begin{cases}z_1=W_1Sr\\ z_2=W_2Rr\\ z_3=W_3Tr\end{cases} \tag{22}$$

由式(22)得到r到$z=[z,z_2,z_3]^{\mathrm{T}}$的闭环传递函数矩阵$\boldsymbol{\Phi}$为[15]：

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}W_1S\\ W_2R\\ W_3T\end{bmatrix} \tag{23}$$

求解混合灵敏度优化控制问题就是寻找真实有理函数$K(s)$，使闭环系统稳定的同时满足$\|\boldsymbol{\Phi}\|_\infty$最小。

4.3　H_∞鲁棒控制器求解

W_1—W_3分别为灵敏度函数S、R、T的加权函数，对H_∞鲁棒控制器的性能有着重要影响，根据现有研究经验，权函数一般按照如下原则进行设计[12,17-19]。

1）W_1是S的加权函数，S既是参考信号到误差信号的传递函数也是干扰信号到输出信号的传递函数。电流内环控制参考输入信号为直流量，因此为精确跟踪参考输入信号和有效抑制干扰，在低频段W_1的增益应尽量大；在高频段W_1的增益虽无严格要求，但是为限制系统的超调量，在高频段增益应小于1。

2）W_2是R的加权函数，R是系统参考输入信号到控制信号的传递函数，对系统控制信号的大小和带宽有重要影响。为防止系统在运行过程中出现饱和现象，W_2的静态增益应适当大；为保证系统有足够的带宽，W_2的静态增益应适当小。因此W_2需要折中考虑系统运行过程中的饱和问题以及系统带宽的要求。

3）W_3是T的加权函数，T是参考信号到输出信号的传递函数。引入T反映了对系统鲁棒稳定性的要求，即高频特性的要求。W_3一般要求具有高通特性，以保证系统有充分的稳定裕度，对低频增益取值无严格要求。

根据上述加权函数的选择依据，初步将W_1选取为低通滤波器，W_2选取为小于1的常数，W_3选取为高通滤波器，并不断调整权函数的低频增益、高频增益和截止频率直至获得较为理想的H_∞鲁棒控制器，最终将W_1—W_3选择如下：

$$\begin{cases}W_1(s)=\dfrac{0.3s+300}{s+8}\\ W_2(s)=0.4\\ W_3(s)=\dfrac{1\,000(s+300)}{s+1.5\times10^6}\end{cases} \tag{24}$$

由式(20)可知，被控对象$G_{\mathrm{eq}}(s)$包含一个纯积分环节，存在虚轴上的极点，采用现有研究中常用的在纯虚极点引入摄动的方法，使系统满足H_∞鲁棒控制器求解的假设条件。应用MATLAB鲁棒控制工

具箱中的hinsyn函数求解H_∞鲁棒控制器，并将求解算法选为Riccati方程。求得控制器后再消除引入的摄动[20]。求解得到的H_∞鲁棒控制器如式(25)所示。

$$\begin{cases} K(s)=\dfrac{28\,477\,s(s+1.5\times10^6)(s+12.86)}{(s+1.072\times10^7)(s+2.759\times10^4)(s+25)(s+8)} \\ \|\boldsymbol{\Phi}\|_\infty=0.529\,1 \end{cases} \tag{25}$$

H_∞鲁棒控制器$K(s)$为四阶系统，并且各次项系数较大。为方便工程应用，利用MATLAB软件中的balreal和modred命令将其降阶为二阶传递函数$K_L(s)$，如式(26)所示。

$$K_L(s)=\frac{4\,181\,s+3\,416}{s^2+2.944\times10^4 s+5.671\times10^5} \tag{26}$$

降阶前、后，H_∞鲁棒控制器的波特图如图6所示。

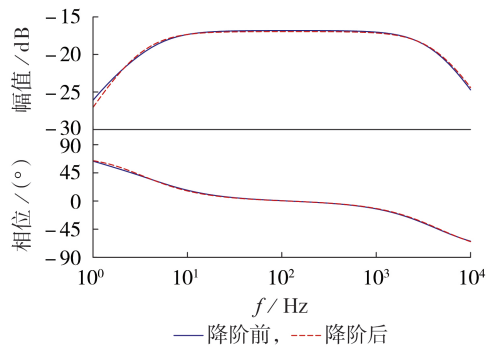

图6 降阶前、后H_∞鲁棒控制器波特图对比

Fig.6 Comparison of Bode diagram for H_∞ robust controller between before and after order reduction

由图6可知，在1~10 kHz频率区间，尤其是在MMC-HVDC系统高频振荡风险频段，H_∞鲁棒控制器降阶前、后的幅频、相频特性几乎未发生改变，但是二阶H_∞鲁棒控制器的表达式更为简洁，故应用降阶后的二阶H_∞鲁棒控制器抑制MMC-HVDC系统的高频振荡。

4.4 H_∞鲁棒控制对提高MMC-HVDC系统时滞稳定裕度的理论分析

基于H_∞鲁棒控制的MMC-HVDC系统电流内环控制如图7所示。图中，I_{dLB}、I_{qLB}分别为d、q轴H_∞鲁棒控制器的输出信号，同时也是电流内环PI控制器的输入信号。由图7可知，电流参考值和测量值的误差经过H_∞鲁棒控制器后再输入到电流内环PI控制器中，利用H_∞鲁棒控制器的扰动抑制能力，抑制MMC-HVDC系统由链路延时引发的高频振荡。

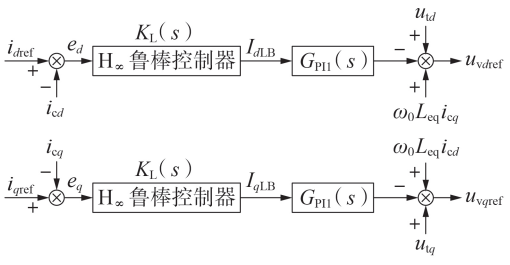

图7 基于H_∞鲁棒控制的电流内环控制

Fig.7 Current inner loop control based on H_∞ robust control

在电流内环控制加入二阶H_∞鲁棒控制器后，MMC-HVDC系统会额外引入4个微分状态方程和2个代数方程，对应4个状态变量$[i_{ed1}, i_{ed2}, i_{eq1}, i_{eq2}]$和2个代数变量$[I_{dLB}, I_{qLB}]$，具体方程分别见附录C式(C1)和式(C2)。此时MMC-HVDC系统的状态变量构成的向量$\boldsymbol{x}$和代数变量构成的向量$\boldsymbol{y}$分别为$\boldsymbol{x}=[u_{cp0}, u_{cpd}, u_{cpq}, u_{cpd2}, u_{cpq2}, i_{cd}, i_{cq}, i_{cir0}, i_{cird}, i_{cirq}, x_{ind}, x_{inq}, x_{utq}, x_{pll}, x_{cird}, x_{cirq}, i_{L1d}, i_{L1q}, u_{csd}, u_{csq}, i_{ed1}, i_{ed2}, i_{eq1}, i_{eq2}]^T$、$\boldsymbol{y}=[u_{vd}, u_{vq}, u_{cird}, u_{cirq}, \omega_2, u_{sd}, u_{sq}, u_{td}, u_{tq}, I_{dLB}, I_{qLB}]^T$。

加入H_∞鲁棒控制器后，基于附录B表B2所示的控制器参数，应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法求解MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度τ_{wd}=684.49 μs，与未加入H_∞鲁棒控制器的时滞稳定裕度347.90 μs相比，增大了336.59 μs，由此可知，加入H_∞鲁棒控制器可大幅提高系统的时滞稳定裕度，显著降低MMC-HVDC系统高频振荡风险。

5 仿真验证

在PSCAD/EMTDC电磁暂态仿真软件中搭建如附录A图A1所示的双端MMC-HVDC电磁暂态仿真模型，系统参数和控制器参数分别如附录B表B1和表B2所示，其中41电平MMC-HVDC仿真模型的最近电平逼近调制(NLM)延时为170 μs左右，下文设置系统总链路延时统一考虑NLM调制延时为170 μs。

基于MMC-HVDC电磁暂态仿真模型，本节将验证以下内容：①基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法求解MMC-HVDC系统时滞稳定裕度和临界振荡频率的有效性；②电流内环控制参数对MMC-HVDC系统高频稳定性的影响；③基于H_∞鲁棒控制的MMC-HVDC系统高频振荡抑制策略的有效性与适应性。由于锁相环和环流抑制参数对MMC-HVDC系统的高频稳定性基本无影响，且已有文献进行仿真验证[7-8]，故不再赘述。

5.1 验证基于广义特征根求解MMC-HVDC系统时滞稳定裕度和临界振荡频率的有效性

由表1可知，基于广义特征根求解的MMC-HVDC系统时滞稳定裕度τ_{wd}=347.90 μs，临界振荡频率f_{cri}=927.63 Hz。在MMC-HVDC仿真模型中，设置总链路延时τ=330 μs，t=1.0 s时将总链路延时增大到348 μs，d轴电流波形如图8所示。图中，i_{cd}为标幺值，后同。

由图8可知：t=1.0 s之前，MMC-HVDC系统的总

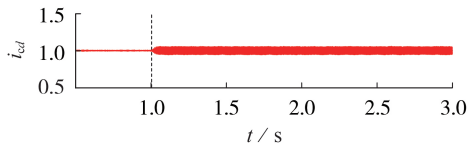

图 8　d 轴电流波形

Fig.8　Waveform of d-axis current

链路延时小于系统的时滞稳定裕度，d 轴电流无明显高频谐波分量，MMC 系统处于稳定运行状态；t=1.0 s 时，MMC-HVDC 系统的总链路延时增大到 348 μs，约为系统的时滞稳定裕度，此时 d 轴电流包含严重的高频谐波分量，系统振荡失稳。

对图 8 中 2.0~3.0 s 的 d 轴电流进行傅里叶分解，谐波分量如图 9 所示，总谐波畸变率（THD）为 4.91%。

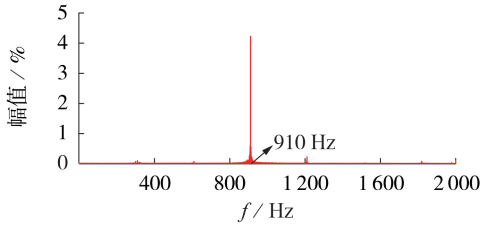

图 9　d 轴电流傅里叶分解结果

Fig.9　Fourier decomposition results of d-axis current

由图 9 可知，当总链路延时为 348 μs 时，MMC-HVDC 系统 d 轴电流产生 910 Hz 的高频谐波分量，系统发生高频振荡，与基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法求解的临界振荡频率 927.63 Hz 仅相差 17.63 Hz，理论结果和仿真结果吻合较好，验证了基于广义特征根求解 MMC-HVDC 系统时滞稳定裕度和临界振荡频率的有效性。

5.2　验证电流内环控制参数对 MMC-HVDC 系统高频稳定性的影响

设置 MMC-HVDC 系统总链路延时 τ=337 μs，通过如下 2 个算例分别验证电流内环比例系数、积分系数对 MMC-HVDC 系统高频稳定性的影响。Case 1：t=1.0 s 时，电流内环比例系数 k_{pind} 和 k_{pinq} 均由 5 增大到 5.5；t=2.0 s 时，电流内环比例系数均由 5.5 增大到 6。Case 2：t=1.0 s 时，电流内环积分系数 k_{iind} 和 k_{iinq} 均由 125 增大到 155；t=2.0 s 时，电流内环积分系数均由 155 增大到 185。2 个算例的 d 轴电流波形如图 10 所示。

由图 10(a)可知：t=1.0 s 之前电流内环比例系数为 5，MMC-HVDC 系统的总链路延时小于系统的时滞稳定裕度，MMC-HVDC 系统处于稳定运行状态；t=1.0 s 时，电流内环比例系数由 5 增大到 5.5，由表 1 可知，时滞稳定裕度减小到 319.59 μs，小于系统的总链路延时，d 轴电流包含明显的高频谐波分量，系统发生高频振荡；t=2.0 s 时，电流内环比例系数增大到 6，此时系统时滞稳定裕度为 295.37 μs，d 轴电流波形畸变程度增加，系统高频振荡更严重。这说明增大电流内环比例系数将显著降低系统的时滞稳定裕度，恶化系统的高频稳定性。由图 10(b)可知，电流内环积分系数增大后，d 轴电流无明显高频谐波分量，系统仍处于稳定运行状态，这说明电流内环积分系数基本不影响 MMC-HVDC 系统的高频稳定性，验证了 3.2 节理论分析结果的正确性。

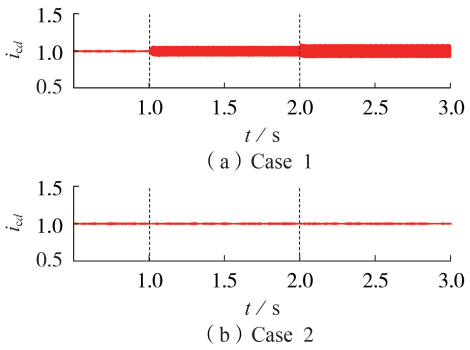

图 10　电流内环控制器参数变化时的 d 轴电流波形

Fig.10　Waveforms of d-axis current with variation of current inner loop controller parameters

5.3　验证基于 H_∞ 鲁棒控制的高频振荡抑制策略的有效性和适应性

为验证基于 H_∞ 鲁棒控制的高频振荡抑制策略的有效性与适应性，设置 MMC-HVDC 系统总链路延时 τ=360 μs（大于系统的时滞稳定裕度），t=1.0 s 时，在电流内环控制中投入 H_∞ 鲁棒控制器，H_∞ 鲁棒控制器表达式见式（25）；t=2.0 s 时，总链路延时由 360 μs 增大到 650 μs，d 轴电流波形如图 11 所示。

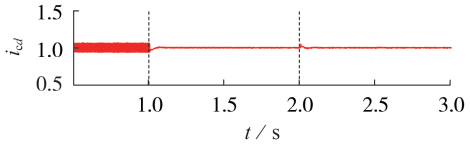

图 11　投入 H_∞ 鲁棒控制器前、后的 d 轴电流波形

Fig.11　Waveforms of d-axis current without and with H_∞ robust controller

由图 11 可知：t=1.0 s 之前，MMC-HVDC 系统未投入 H_∞ 鲁棒控制器，由于总链路延时大于系统的时滞稳定裕度，d 轴电流含有大量的高频谐波分量，系统处于高频振荡状态；t=1.0 s，在电流内环控制中投入 H_∞ 鲁棒控制器，MMC-HVDC 系统由高频振荡状态迅速进入稳定运行状态，验证了基于 H_∞ 鲁棒控制的高频振荡抑制策略的有效性；t=2.0 s，MMC-HVDC 系统的总链路延时由 360 μs 增大到 650 μs，系统经过一个短暂的暂态过程后仍保持稳定运行，这说明 H_∞ 鲁棒控制器具有良好的干扰抑制能力，能够在较大延时范围内抑制 MMC-HVDC 系统的高频振荡，具有一定的优越性和适应性。

6 结论

本文建立了MMC-HVDC时滞系统的状态空间模型，应用基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法分析了MMC-HVDC系统的高频稳定性。将MMC-HVDC链路延时对系统的影响等效为系统的干扰，提出了基于H_∞鲁棒控制的高频振荡抑制策略，并通过仿真验证了基于广义特征根的时滞系统稳定性分析方法分析MMC-HVDC系统高频稳定性的有效性以及所提出的高频振荡抑制策略的有效性和适应性，并得到了如下结论。

1)从MMC-HVDC系统的时滞属性出发，应用基于广义特征根的一般时滞系统稳定性分析方法计算MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度。该方法无需对延时项进行变换处理，可直接求解MMC-HVDC系统的时滞稳定裕度，避免了寻找时滞稳定裕度的反复迭代过程，丰富了现有MMC-HVDC系统的高频稳定性分析方法，为分析柔性直流输电工程的高频稳定性提供了一种新思路。

2)应用时滞稳定裕度衡量MMC-HVDC系统的高频稳定性。电流内环比例系数是MMC-HVDC系统高频振荡的主要影响因素，增大电流内环比例系数将显著恶化系统的高频稳定性。锁相环和环流抑制参数几乎不影响MMC-HVDC系统的高频稳定性。基于时滞稳定裕度对MMC-HVDC系统高频稳定性影响因素的分析为MMC-HVDC系统模型的简化处理提供了理论依据。

3)所提出的基于H_∞鲁棒控制的高频振荡抑制策略不依赖于系统的总链路延时，能够在较大延时范围内抑制MMC-HVDC系统的高频振荡。探究了以H_∞鲁棒控制为代表的新型控制策略在柔性直流输电工程领域中的应用，具有重要的工程应用意义。

附录见本刊网络版(http://www.epae.cn)。

参考文献：

[1] 王晓宇，杨杰，吴亚楠，等. 渝鄂背靠背柔性直流对系统次同步振荡特性的影响分析[J]. 电力自动化设备，2019，39(7)：188-194，202.
WANG Xiaoyu，YANG Jie，WU Yanan，et al. Effect analysis of back-to-back flexible HVDC connecting Chongqing and Hubei Power Grid on sub-synchronous oscillation characteristics [J]. Electric Power Automation Equipment，2019，39(7)：188-194，202.

[2] 安海清，李振动，金海望，等. 张北柔直电网直流分压器二次电压测量异常引起误闭锁机理分析及改进措施[J]. 电力自动化设备，2021，41(8)：156-160，168.
AN Haiqing，LI Zhendong，JIN Haiwang，et al. Mechanism analysis and improvement measures of error block caused by abnormal secondary voltage measurement of DC voltage divider in Zhangbei flexible DC grid[J]. Electric Power Automation Equipment，2021，41(8)：156-160，168.

[3] ZOU Changyue，RAO Hong，XU Shukai，et al. Analysis of resonance between a VSC-HVDC converter and the AC grid[J]. IEEE Transactions on Power Electronics，2018，33(12)：10157-10168.

[4] ZHANG Ye，HONG Chao，TU Liang，et al. Research on high-frequency resonance mechanism and active harmonic suppression strategy of power systems with power electronics[C]// 2018 International Conference on Power System Technology (POWERCON). Guangzhou，China：IEEE，2018：2350-2356.

[5] LI Yunfeng，AN Ting，ZHANG De，et al. Analysis and suppression control of high frequency resonance for MMC-HVDC system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery，2021，36(6)：3867-3881.

[6] DONG Chaoyu，YANG Shunfeng，JIA Hongjie，et al. Pade based stability analysis for a modular multilevel converter considering the time delay in the digital control system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，2019，66(7)：5242-5253.

[7] 黄方能，韦超，周剑，等. 基于谐波状态空间模型的MMC系统高频振荡分析[J]. 电网技术，2021，45(5)：1967-1976.
HUANG Fangneng，WEI Chao，ZHOU Jian，et al. MMC system high frequency resonance based on harmonic state space model[J]. Power System Technology，2021，45(5)：1967-1976.

[8] 张芳，杨丰瑜，姚文鹏. 基于时滞稳定裕度的柔性直流系统高频稳定性分析[J]. 电力系统及其自动化学报，2022，34(5)：125-135.
ZHANG Fang，YANG Fengyu，YAO Wenpeng. High-frequency stability analysis of MMC-HVDC system based on delay stability margin[J]. Proceedings of the CSU-EPSA，2022，34(5)：125-135.

[9] CHEN Jie，GU Guoxiang，NETT C N. A new method for computing delay margins for stability of linear delay systems[J]. Systems & Control Letters，1995，26(2)：107-117.

[10] 郭贤珊，刘斌，梅红明，等. 渝鄂直流背靠背联网工程交直流系统谐振分析与抑制[J]. 电力系统自动化，2020，44(20)：157-164.
GUO Xianshan，LIU Bin，MEI Hongming，et al. Analysis and suppression of resonance between AC and DC systems in Chongqing-Hubei back-to-back HVDC project of China[J]. Automation of Electric Power Systems，2020，44(20)：157-164.

[11] 郭贤珊，刘泽洪，李云丰，等. 柔性直流输电系统高频振荡特性分析及抑制策略研究[J]. 中国电机工程学报，2020，40(1)：19-29，370.
GUO Xianshan，LIU Zehong，LI Yunfeng，et al. Characteristic analysis of high-frequency resonance of flexible high voltage direct current and research on its damping control strategy [J]. Proceedings of the CSEE，2020，40(1)：19-29，370.

[12] 彭林，马磊，刘浩然，等. 单相PWM整流器H_∞混合灵敏度电流控制[J]. 中国电机工程学报，2020，40(14)：4580-4589，4737.
PENG Lin，MA Lei，LIU Haoran，et al. H_∞ mixed sensitivity current control for single-phase PWM rectifier[J]. Proceedings of the CSEE，2020，40(14)：4580-4589，4737.

[13] LI Peng，YU Xiaomeng，ZHANG Jing，et al. The H_∞ control method of grid-tied photovoltaic generation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid，2015，6(4)：1670-1677.

[14] 李鹏，马显，李雨薇，等. 基于H_∞混合灵敏度的交直流混合微网频率控制[J]. 电力系统自动化，2020，44(2)：132-138.
LI Peng，MA Xian，LI Yuwei，et al. Frequency control of AC/DC hybrid microgrid based on H_∞ mixed sensitivity[J]. Automation of Electric Power Systems，2020，44(2)：132-138.

[15] 陈金元，李相俊，谢巍. 基于H_∞混合灵敏度的微电网频率控制[J]. 电网技术，2014，38(9)：2399-2403.
CHEN Jinyuan，LI Xiangjun，XIE Wei. Microgrid frequency control based on H_∞ mixed sensitivity[J]. Power System Techno-

logy，2014，38(9)：2399-2403.
[16] 李喜东，彭克，姚广增，等. 基于H_∞回路成形法的柔性直流配电系统鲁棒稳定控制[J]. 电力系统自动化，2021，45(11)：77-85.
LI Xidong，PENG Ke，YAO Guangzeng，et al. Robust stability control of flexible DC distribution system based on H_∞ loop forming method[J]. Automation of Electric Power Systems，2021，45(11)：77-85.
[17] 陈金元. 基于H_∞混合灵敏度的微电网频率控制研究[D]. 广州：华南理工大学，2015.
CHEN Jinyuan. Micro-grid frequency control based on H_∞ mixed sensitivity[D]. Guangzhou：South China University of Technology，2015.
[18] 于晓蒙. 交直流混合微网AC/DC断面换流器的H_∞鲁棒控制方法研究[D]. 北京：华北电力大学，2016.
YU Xiaomeng. H_∞ robust control method research on AC/DC interface converter in AC/DC hybrid microgrid[D]. Beijing：North China Electric Power University，2016.
[19] 李鹏，于晓蒙，赵波. 基于混合灵敏度的交直流混合微网交直流断面电压H_∞鲁棒控制[J]. 中国电机工程学报，2016，36(1)：68-75.
LI Peng，YU Xiaomeng，ZHAO Bo. H_∞ robust voltage control of AC-DC interface based on mixed sensitivity in AC-DC hybrid micogrid[J]. Proceedings of the CSEE，2016，36(1)：68-75.
[20] 王广雄，何朕. 应用H_∞控制[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2009：105-107.

作者简介：

张　芳

张　芳(1972—)，女，副研究员，博士，主要研究方向为柔性高压直流输电及电力系统协调优化调度(**E-mail**：zhangfang@tju.edu.cn)；
姚文鹏(1996—)，男，硕士研究生，研究方向为柔性直流输电系统高频振荡及抑制(**E-mail**：253329561@qq.com)；
张紫菁(1997—)，女，硕士研究生，研究方向为新能源电力系统源荷储协调优化调度(**E-mail**：zhangzijing@tju.edu.cn)。

(**编辑**　李玮)

High-frequency oscillation analysis and suppression strategy of MMC-HVDC system based on generalized eigenvalue

ZHANG Fang，YAO Wenpeng，ZHANG Zijing
(Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education，Tianjin University，Tianjin 300072，China)

Abstract：High-frequency oscillation caused by long link delay of MMC-HVDC(Modular Multilevel Converter based High Voltage Direct Current) seriously threatens the safety and stability of power system. The time-delay stability margin is adopted to measure the high-frequency stability of MMC-HVDC system and the high-order state space model of the MMC-HVDC time-delay system is established. The time-delay stability margin of MMC-HVDC system is directly solved by the stability analysis method of time-delay system based on generalized eigenvalue，and the influence of controller parameters on the high-frequency stability of system is analyzed. The influence of link delay of MMC-HVDC system on high-frequency stability of system is equivalent to external interference. The high-frequency oscillation suppression strategy of MMC-HVDC system based on H_∞ robust control is designed through hybrid sensitivity optimization. The effectiveness of the stability analysis method of time-delay system based on generalized eigenvalue for solving the time-delay stability margin of system and the superiority of the high-frequency oscillation suppression strategy based on H_∞ robust control are verified by MMC-HVDC electromagnetic transient simulation. The research provides a new idea for the study of high-frequency oscillation and suppression strategy of MMC-HVDC system.

Key words：MMC-HVDC；high-frequency oscillation；generalized eigenvalue；H_∞ robust control；oscillation suppression

附录 A

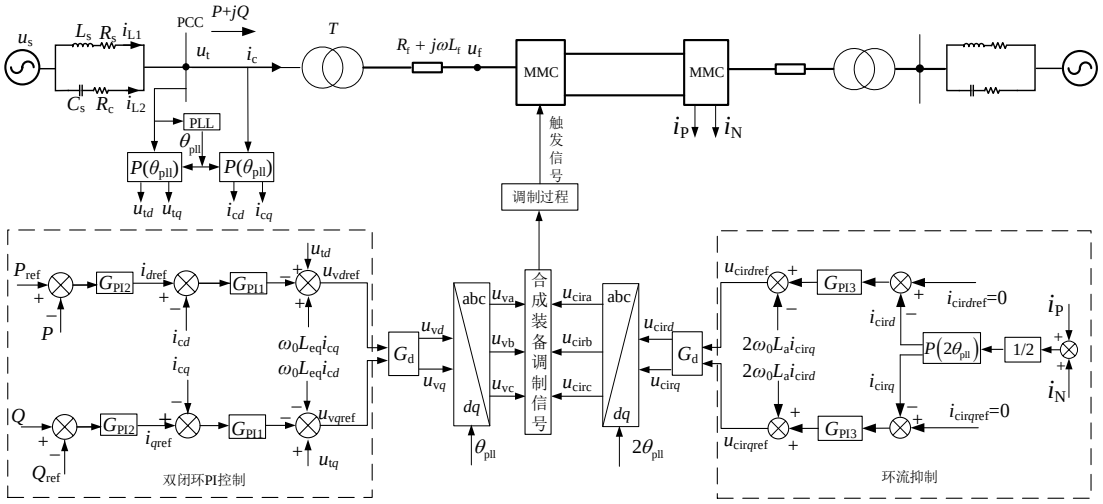

图 A1 MMC-HVDC 系统模型及控制框图

Fig.A1 Model and control block diagram of MMC-HVDC system

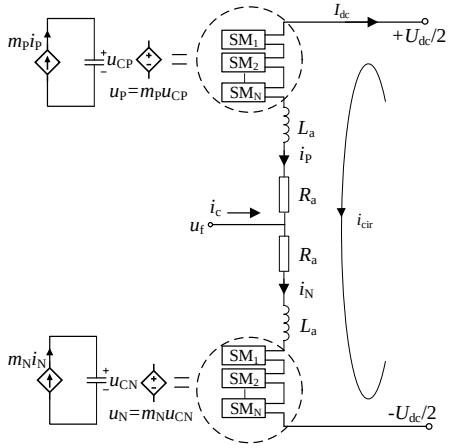

图 A2 MMC 单相拓扑结构

Fig.A2 MMC single-phase topology

图 A2 中：I_{dc} 和 U_{dc} 分别表示直流电流和直流电压；L_a 和 R_a 分别表示桥臂电感和电阻；u_i(i=P,N；后同)表示 MMC 上、下桥臂电压；i_i 表示上、下桥臂电流；m_i 表示上、下桥臂开关函数；u_f 和 i_c 分别为换流站交流侧电压和交流电流；i_{cir} 为桥臂环流，主要包含直流分量和二倍频分量。PCC 电压和 MMC 换流站调制点电压之间的等效电感和等效电阻分别为 L_{eq}=L_T+L_f+L_a/2,R_{eq}=R_T+R_f+R_a/2，L_T 和 R_T 分别为换流变压器电感和电阻；L_f 和 R_f 分别为相电抗器电感和电阻。

MMC 换流站桥臂等效电容电压的微分状态方程如下：

$$C_{eq}\frac{du_{CP0}}{dt}=\frac{1}{2}i_{cir0}+\frac{1}{4}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cd}+\frac{1}{4}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cq}-\frac{1}{2}\frac{u_{cird}}{U_{dc}}i_{cird}-\frac{1}{2}\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}i_{cirq} \tag{A1}$$

$$C_{eq}\frac{du_{CPd}}{dt}=\omega_2 C_{eq}u_{CPq}-\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cir0}-\frac{1}{4}i_{cd}-\frac{1}{2}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cird}-\frac{1}{2}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cirq}+\frac{1}{4}\frac{u_{cird}}{U_{dc}}i_{cd}+\frac{1}{4}\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}i_{cq} \tag{A2}$$

$$C_{eq}\frac{du_{CPq}}{dt}=-\omega_2 C_{eq}u_{CPd}-\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cir0}-\frac{1}{4}i_{cq}+\frac{1}{2}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cird}-\frac{1}{2}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cirq}-\frac{1}{4}\frac{u_{cird}}{U_{dc}}i_{cq}+\frac{1}{4}\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}i_{cd} \tag{A3}$$

$$C_{eq}\frac{du_{CPd2}}{dt}=-2\omega_2 C_{eq}u_{CPq2}+\frac{1}{4}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cd}-\frac{1}{4}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cq}+\frac{1}{2}i_{cird}-\frac{u_{cird}}{U_{dc}}i_{cir0} \tag{A4}$$

$$C_{eq}\frac{du_{CPq2}}{dt}=-2\omega_2 C_{eq}u_{CPd2}+\frac{1}{4}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}i_{cd}+\frac{1}{4}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}i_{cq}+\frac{1}{2}i_{cirq}-\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}i_{cir0} \tag{A5}$$

MMC 换流站桥臂环流的微分状态方程如下：

$$L_a\frac{di_{cir0}}{dt}=-R_a i_{cir0}+\frac{1}{2}U_{dc}-\frac{1}{2}u_{CP0}+\frac{1}{2}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}u_{CPd}+\frac{1}{2}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}u_{CPq}+\frac{1}{2}\frac{u_{cird}}{U_{dc}}u_{CPd2}+\frac{1}{2}\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}u_{CPq2} \tag{A6}$$

$$L_a\frac{di_{cird}}{dt}=2\omega_2 L_a i_{cirq}-R_a i_{cird}+\frac{1}{2}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}u_{CPd}-\frac{1}{2}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}u_{CPq}+\frac{u_{cird}}{U_{dc}}u_{CP0}-\frac{1}{2}u_{CPd2} \tag{A7}$$

$$L_a\frac{di_{cirq}}{dt}=-2\omega_2 L_a i_{cird}-R_a i_{cirq}+\frac{1}{2}\frac{u_{vq}}{U_{dc}}u_{CPd}+\frac{1}{2}\frac{u_{vd}}{U_{dc}}u_{CPq}+\frac{u_{cirq}}{U_{dc}}u_{CP0}-\frac{1}{2}u_{CPq2} \tag{A8}$$

MMC-HVDC 系统交流电流的微分状态方程如下：

$$L_{\mathrm{eq}}\frac{\mathrm{d}i_{cd}}{\mathrm{d}t}=u_{td}-R_{\mathrm{eq}}i_{cd}+\omega_2 L_{\mathrm{eq}}i_{cq}-\frac{u_{\mathrm{vd}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cp0}}+\frac{1}{2}u_{\mathrm{cpd}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{cird}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpd}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{cirq}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpq}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{vd}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpd2}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{vq}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpq2}} \tag{A9}$$

$$L_{\mathrm{eq}}\frac{\mathrm{d}i_{cq}}{\mathrm{d}t}=u_{tq}-R_{\mathrm{eq}}i_{cq}-\omega_2 L_{\mathrm{eq}}i_{cd}-\frac{u_{\mathrm{vq}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cp0}}+\frac{1}{2}u_{\mathrm{cpq}}+\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{cird}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpq}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{cirq}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpd}}+\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{vq}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpd2}}-\frac{1}{2}\frac{u_{\mathrm{vd}}}{U_{\mathrm{dc}}}u_{\mathrm{cpq2}} \tag{A10}$$

式中：u_{cp0}, $u_{\mathrm{cp}d}$, $u_{\mathrm{cp}q}$, $u_{\mathrm{cp}d2}$, $u_{\mathrm{cp}q2}$ 分别为桥臂等效电容电压的直流、d 轴基频、q 轴基频、d 轴二倍频以及 q 轴二倍频分量；C_{eq} 为桥臂等效电容，满足 $C_{\mathrm{eq}}=C/n$，n 为子模块个数；i_{cir0}, $i_{\mathrm{cir}d}$, $i_{\mathrm{cir}q}$ 分别表示桥臂电流直流分量和二倍频环流的 d、q 轴分量。其余变量的含义见正文部分。

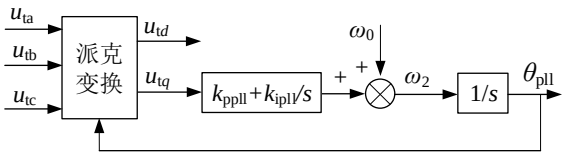

图 A3 PLL 控制结构

Fig.A3 PLL control topology

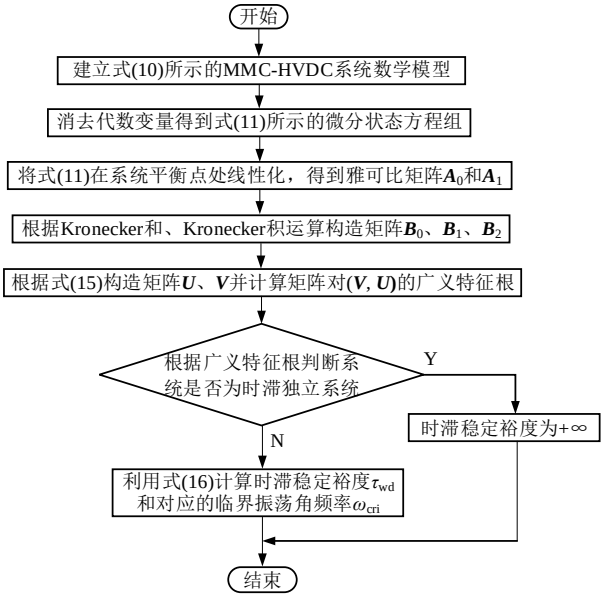

图 A4 基于广义特征根求解 MMC-HVDC 系统时滞稳定裕度框图

Fig.A4 Block diagram of solving time delay stability margin of MMC-HVDC system based on generalized eigenvalue

附录 B

表 B1 MMC-HVDC 系统参数

Table B1 Parameters of MMC-HVDC system

参数名称	MMC-HVDC 系统
交流系统基准容量 S_{B}(MVA)	400
交流系统阻感支路电感 L_{s}(mH)	98
交流系统阻感支路电阻 R_{s}(Ω)	1.54
交流系统阻容支路电容 C_{s}(μF)	0.5
交流系统阻容支路电阻 R_{c}(Ω)	25
换流变压器额定容量 S_{TN}(MVA)	480
换流变压器额定变比 T(kV/kV)	525/200
换流变压器漏抗 X_{T}(p.u.)	15%
相电抗器电感 L_{f}(mH)	48
相电抗器电阻 R_{f}(Ω)	1.5
子模块电容 C(μF)	2200
桥臂电感 L_{a}(mH)	60
桥臂子模块个数 N	40
直流侧电压 U_{dc}(kV)	±200
直流线路输送的额定功率 P_{dc}(MW)	400

表 B2 MMC-HVDC 系统控制参数

Table B2 Control parameters of MMC-HVDC system

控制器	参数
MMC-HVDC 系统外环 d 轴控制	$k_{\mathrm{pout}d}$=0.01, $k_{\mathrm{iout}d}$=32
MMC-HVDC 系统外环 q 轴控制	$k_{\mathrm{pout}q}$=0.01, $k_{\mathrm{iout}q}$=32
MMC-HVDC 电流内环 d 轴控制	$k_{\mathrm{pin}d}$=5, $k_{\mathrm{iin}d}$=125
MMC-HVDC 电流内环 q 轴控制	$k_{\mathrm{pin}q}$=5, $k_{\mathrm{iin}q}$=125
环流抑制 d 轴控制	$k_{\mathrm{pcir}d}$=0.2, $k_{\mathrm{icir}d}$=10
环流抑制 q 轴控制	$k_{\mathrm{pcir}q}$=0.2, $k_{\mathrm{icir}q}$=10
锁相环控制	k_{ppll}=50,k_{ipll}=100

表 B3 电流内环积分系数对时滞稳定裕度的影响

Table B3 Influence of current inner loop integral coefficient on delay stability margin

积分系数	τ=0 是否稳定	时滞稳定裕度/μs	振荡频率/Hz
125	稳定	347.90	927.63
135	稳定	347.88	927.59
145	稳定	347.86	927.55
155	稳定	347.84	927.51
165	稳定	347.82	927.47
175	稳定	347.80	927.43
185	稳定	347.78	927.39

表 B4 锁相环比例系数对时滞稳定裕度的影响

Table B4 Influence of PLL proportional coefficient on delay stability margin

比例系数	τ=0 是否稳定	时滞稳定裕度/μs	振荡频率/Hz
50	稳定	347.90	927.63
45	稳定	347.64	927.91
40	稳定	347.38	928.20
35	稳定	347.11	928.47
30	稳定	346.85	928.75
25	稳定	346.59	929.03
20	稳定	346.33	929.31

表 B5 锁相环积分系数对时滞稳定裕度的影响

Table B5 Influence of PLL integral coefficient on delay stability margin

积分系数	τ=0 是否稳定	时滞稳定裕度/μs	振荡频率/Hz
100	稳定	347.90	927.63
110	稳定	347.90	927.63
120	稳定	347.90	927.63
130	稳定	347.90	927.63
140	稳定	347.90	927.63
150	稳定	347.90	927.63
160	稳定	347.90	927.63

表 B6 环流抑制比例系数对时滞稳定裕度的影响

Table B6 Influence of circulation suppression proportional coefficient on delay stability margin

比例系数	τ=0 是否稳定	时滞稳定裕度/μs	振荡频率/Hz
0.2	稳定	347.90	927.63
0.4	稳定	347.89	927.64
0.6	稳定	347.88	927.66
0.8	稳定	347.86	927.67
1.0	稳定	347.85	927.69
1.2	稳定	347.82	927.71
1.4	稳定	347.80	927.73

表 B7 环流抑制积分系数对时滞稳定裕度的影响

Table B7 Influence of circulation suppression integral coefficient on delay stability margin

积分系数	τ=0 是否稳定	时滞稳定裕度/μs	振荡频率/Hz
10	稳定	347.90	927.63
20	稳定	347.90	927.63
30	稳定	347.90	927.63
40	稳定	347.90	927.63
50	稳定	347.90	927.63
60	稳定	347.90	927.63
70	稳定	347.90	927.63

附录 C：H_∞鲁棒控制器的微分代数方程

在电流内环加入二阶 H_∞鲁棒器后，d、q 轴控制分别会引入 2 个状态变量，额外引入的状态变量记为[i_{ed1} i_{ed2} i_{eq1} i_{eq2}]。对应的微分代数方程为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}i_{ed1}}{\mathrm{d}t} = i_{ed2} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{ed2}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{a_0}{a_2}i_{ed1} - \dfrac{a_1}{a_2}i_{ed2} + i_{d\mathrm{ref}} - i_{cd} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{eq1}}{\mathrm{d}t} = i_{eq2} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{eq2}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{a_0}{a_2}i_{eq1} - \dfrac{a_1}{a_2}i_{eq2} + i_{q\mathrm{ref}} - i_{cq} \\ I_{d\mathrm{LB}} = \dfrac{b_2}{a_2}\left(i_{d\mathrm{ref}} - i_{cd}\right) + \\ \qquad \left[\left(a_2b_0 - a_0b_2\right)i_{ed1} + \left(a_2b_1 - a_1b_2\right)i_{ed2}\right]/a_2^2 \\ I_{q\mathrm{LB}} = \dfrac{b_2}{a_2}\left(i_{q\mathrm{ref}} - i_{cq}\right) + \\ \qquad \left[\left(a_2b_0 - a_0b_2\right)i_{eq1} + \left(a_2b_1 - a_1b_2\right)i_{eq2}\right]/a_2^2 \end{cases} \tag{C1}$$

式中：a_0=5.671×10^5、a_1=2.944×10^4、a_2=1、b_0=3416、b_1=4181、b_2=0 分别表示二阶 H_∞鲁棒控制器分母、分子的常数项、一次项和二次项系数。

加入 H_∞鲁棒控制器后，电流内环控制器的微分代数方程变为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_{\mathrm{ind}}}{\mathrm{d}t} = I_{d\mathrm{LB}} \\ \dfrac{\mathrm{d}x_{\mathrm{inq}}}{\mathrm{d}t} = I_{q\mathrm{LB}} \\ u_{vd} = G_{\mathrm{d}}[u_{td} + \omega_0 L_{\mathrm{eq}} i_{cq} - k_{\mathrm{pind}} I_{d\mathrm{LB}} - k_{\mathrm{iind}} x_{\mathrm{ind}}] \\ u_{\mathrm{vq}} = G_{\mathrm{d}}[u_{tq} - \omega_0 L_{\mathrm{eq}} i_{cd} - k_{\mathrm{pinq}} I_{q\mathrm{LB}} - k_{\mathrm{iinq}} x_{\mathrm{inq}}] \end{cases} \tag{C2}$$